



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS  
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE**

**ENILDES FERREIRA DOS SANTOS  
MÁRCIA ALVES ROSA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

**POSSE  
2008**

ENILDES FERREIRA DOS SANTOS  
MÁRCIA ALVES ROSA

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

Monografia apresentada a Universidade Estadual de Goiás –UEG– Unidade universitária de Posse, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado no Curso de Licenciatura em Matemática.

Professora Orientadora: Maria Emília da Silva  
Mestra em Computação Gráfica

**POSSE  
2008**

**ENILDES FERREIRA DOS SANTOS  
MÁRCIA ALVES ROSA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

Aprovado em \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2008

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Ms. Maria Emília da Silva  
Universidade Estadual de Goiás  
Orientadora

---

Prof. Ms. Hofélia Madalena Pozzobon Müller  
Universidade Estadual de Goiás  
Examinadora

---

Prof. Esp. Sandra Krauspenhar  
Universidade Estadual de Goiás  
Examinadora

---

Prof. Esp. Eliane Aparecida Martins  
Universidade Estadual de Goiás  
Examinadora

**POSSE  
2008**

**ENILDES FERREIRA DOS SANTOS  
MÁRCIA ALVES ROSA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

Esta monografia foi julgada adequada para obtenção do título de Licenciada em Matemática e aprovada pelo curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Unidade Universitária de Posse, Posse – GO.

Área de concentração: Licenciatura em Matemática

Posse, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2008

---

Prof. Ms. Maria Emília da Silva  
Universidade Estadual de Goiás  
Orientadora

---

Prof. Ms. Hofélia Madalena Pozzobon Müller  
Universidade Estadual de Goiás  
Examinadora

---

Prof. Esp. Sandra Krauspenhar  
Universidade Estadual de Goiás  
Examinadora

---

Prof. Esp. Eliane Aparecida Martins  
Universidade Estadual de Goiás  
Examinadora

Dedicamos este trabalho primeiramente a Deus e Nossa Senhora pela força e sabedoria concedidas, aos nossos pais Teodolino e Deuzelia (Enildes), Hermínio e Aparecida (Márcia), pelo incentivo apoio e paciência empregados ao longo dos quatro anos.

## **AGRADECIMENTOS**

No decorrer do curso diversas pessoas contribuíram para que obtivéssemos êxito no mesmo e para o desenvolvimento desta monografia.

Agradecemos inicialmente a Deus, por ter nos ajudado a superar os obstáculos, aos nossos familiares, a nossa orientadora, professora Maria Emília, a professora Bruna Karla e de maneira especial aos nossos colegas de curso, pelo apoio e amizade dedicados.

“Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.”

Lobachevsky

## RESUMO

O objetivo deste trabalho foi de investigar as implicações da modelagem matemática no ensino da trigonometria. Para isto, realizou-se pesquisa com alunos e professores, com a finalidade de conhecer realidades sobre o estudo de trigonometria e o uso da modelagem matemática no atual contexto educacional.

Acreditando que a modelagem matemática seja um meio de contextualizar os conteúdos, levando situações reais para a sala de aula, efetuou-se uma experiência de modelagem no ensino das razões trigonométricas, tendo como público alvo alunos da segunda série do ensino médio. A escolha do conteúdo se deu em decorrência do mesmo ser considerado complexo no âmbito escolar e para confirmar a eficácia da ferramenta modelagem como procedimento metodológico facilitador no ensino de matemática. Percebeu-se que a modelagem matemática proporcionou aprendizagem significativa do saber matemático pertinente à trigonometria.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática, ensino de matemática, trigonometria.

## SUMÁRIO

### RESUMO

**APRESENTAÇÃO.....10**

**CAPÍTULO I – – MODELAGEM MATEMÁTICA: HISTÓRIA – CONCEPÇÕES E APLICAÇÕES PEDAGÓGICAS.....12**

1.1 História da modelagem matemática..... 12

1.2 Como definir modelagem matemática?.....14

1.3 Modelagem matemática como estratégia de ensino de matemática.....18

1.4 Modelagem matemática e etnomatemática.....20

1.5 A modelagem matemática aplicada ao ensino das razões trigonométricas.....21

1.6 Trigonometria.....22

1.7 Implicações da trigonometria no ensino de matemática.....24

**CAPÍTULO II – USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO EDUCACIONAL.....26**

2.1 Modelagem matemática e pesquisa-ação.....26

2.1.1 Investigação Discente.....27

2.1.1.1 Estima do alunado pela matemática.....28

2.1.1.2 Conhecimento dos alunos em relação ao termo trigonometria.....29

2.1.1.3 Utilização pelo professor, de outros recursos além do livro didático e do quadro-giz no ensino de matemática.....30

2.1.1.4 Identificação da hipotenusa e dos catetos no triângulo.....31

2.1.1.5 Classificação dos triângulos quanto aos lados.....32

2.1.2 Investigação Docente.....33

2.1.2.1 Formação dos docentes.....33

2.1.2.2 Resistência dos alunos ao ensino de trigonometria.....35

2.1.2.3 Utilização da modelagem matemática no ensino de trigonometria.....36

2.1.2.4 Utilização de ferramentas ou recursos no ensino de trigonometria além do livro didático.....38

2.1.2.5 Avaliação docente em relação ao seu conhecimento das novas ferramentas de ensino de matemática.....39

2.1.3 A aprendizagem da trigonometria através da aplicação da modelagem matemática no ensino médio.....	40
2.1.3.1 Aplicação do projeto de modelagem matemática.....	40
2.1.3.2 Análise da aplicação do projeto.....	44
2.1.4 O olhar dos alunos sob o ensino de trigonometria utilizando a modelagem matemática.....	45
<b>3 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>47</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>49</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>52</b>

## APRESENTAÇÃO

Nas últimas décadas tem se observado muitas conquistas em diversas áreas. No ensino da matemática embora não tenha tido o mesmo avanço, houve surgimento de novas estratégias de ensino. É necessário que a educação proporcione aprendizado significativo levando o aluno ao desenvolvimento de competências, habilidades e capacidade crítica e reflexiva.

Desta forma, o que se almeja hoje é romper o isolamento que há entre a escola e o cotidiano do aluno. Muitas das dificuldades apresentadas pelos educandos se devem às metodologias utilizadas que não estimulam os mesmos. Segundo D'Ambrosio (2002, p.31) “o ciclo de aquisição de conhecimento é deflagrado a partir da realidade, que é plena de fatos”. Acredita-se que a interação entre a realidade e a matemática proporciona ao aluno percepção do importante papel da matemática na sociedade e seu uso no cotidiano.

É do conhecimento dos educadores de que novas metodologias podem contribuir consideravelmente para uma aprendizagem significativa em matemática, em especial nos conteúdos considerados mais complexos. A preocupação em trabalhar a matemática de forma contextualiza levou ao desenvolvimento desta pesquisa que aponta para um ensino que conduza a uma aprendizagem significativa, relacionando a matemática com a realidade, utilizando para isto a modelagem matemática.

Na visão, de Bassanezi (2002, p.16): “A modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Nesta vertente, procurou-se apontar aqui como a modelagem matemática pode proporcionar um aprendizado eficiente no educando ao se trabalhar com a trigonometria.

No primeiro capítulo discorreu-se sobre a história e implicações da modelagem matemática no âmbito educacional e sua contribuição no ensino da trigonometria. Ressaltou-se ainda, os registros trigonométricos e os matemáticos importantes no desenvolvimento destes temas.

No segundo capítulo, procurou-se analisar a aplicabilidade da modelagem matemática, através de pesquisas realizadas com educadores e educandos, e a aplicação de uma atividade de modelagem matemática com alunos do ensino médio do Colégio Estadual Dom Prudêncio, localizado no município de Posse.

Pretendeu-se, neste trabalho, salientar e comprovar a eficácia da modelagem no ensino de matemática, em especial da trigonometria. Enfatizou-se ainda, a relevância do ensino contextualizado como meio de promover aprendizado significativo.

## **Capítulo I - MODELAGEM MATEMÁTICA: HISTÓRIA – CONCEPÇÕES E APLICAÇÕES PEDAGÓGICAS**

### **1.1 História da modelagem matemática**

Almejar a matemática trabalhada de forma contextualizada nos remete pensar como estratégia de ensino, a modelagem matemática. Há outras formas de contextualizá-la, mas discutir-se-á aqui esta proposta de ensino que tem sido muito debatida no âmbito educacional.

Entretanto, vale ressaltar que esta não é uma descoberta muito recente, desde os primórdios já se criava modelos, embora sem se conhecer seu significado como hoje é concebido.

Diante de uma realidade complexa, global, podendo reduzir este grau de complexidade isolando algumas variáveis. Temos assim, uma representação da realidade sobre a qual refletimos e procuramos construir estratégias de ação. De posse dos resultados obtidos nessa representação voltamos ao global. Esse processo de passagem do global para o local e do local para o global, a partir de representações, é normalmente chamado de modelagem. (DANTE, 2004, p. 45)

A falta de registros não permite que alguns acontecimentos da antiguidade sejam vistos ou aceitos como o início da modelagem. Contudo, há modelos que foram criados na antiguidade e até hoje são utilizados, o que mostra que a modelagem contribuiu no desenvolvimento da humanidade.

Alguns autores consideram que a invenção da roda pelos sumérios no ano 3000 a.C foi um dos primeiros modelos matemáticos criados pelo homem, tendo em vista que formularam com o intuito de colocar cargas pesadas sobre objetos rolantes para não precisar levá-los sobre os ombros.

Na história egípcia (300 a.C.), percebem-se também rastros de modelos matemáticos. As enchentes do Rio Nilo, acenderam para a necessidade de uma forma de medir a terra, o que levou à formulação de regras geométricas que são utilizadas até os dias atuais.

Não se pode deixar de ressaltar alguns importantes filósofos gregos que deram grande contribuição para o início do processo de modelagem matemática: Talles de Mileto (639-568 a.C.) utilizou a semelhança de triângulos quando percebeu que poderia calcular a altura de pirâmides utilizando-se da sombra por elas projetadas, criando desta forma um modelo matemático; Pitágoras (570-500 a.C.) criou um modelo matemático para a música, onde observava o tamanho das cordas que produzem ondas sonoras em mútua harmonia; Platão (427-347 a.C.) desenvolveu um modelo que representava o universo baseado no dodecaedro; Eudóxio (400-350 a.C.) criou um modelo geométrico, com movimentos circulares e uniformes, que representava os fenômenos celestes, no qual a Terra ocupa o centro do universo; Eratóstenes (287-212 a.C.) elaborou um modelo matemático para calcular a circunferência da Terra.

Embora a modelagem ou pelo menos a idéia de modelo tenha estado presente desde as primeiras teorias científicas, somente na década de 1960, pesquisadores da Dinamarca e Holanda começaram a discutir modelagem matemática como estratégia de ensino. Logo, esta idéia foi trazida para o Brasil, meados da década de 70, se desenvolvendo nas décadas de 80 e 90, por matemáticos do país que tiveram a oportunidade de participarem de congressos no exterior. Dentre os precursores encontram-se os professores doutores D'Ambrosio, Bassanezi e Barreto.

Um dos primeiros trabalhos de modelagem no Brasil foi realizado na década de 70, pelo professor Aristides Camargos Barreto, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro-RJ. A consolidação e difusão se efetuaram em especial pelo professor Rodney Bassanezi, da Unicamp de Campinas-SP. Contudo, os debates sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática têm-se desenvolvido no Brasil nos últimos tempos, originando desta forma, eventos específicos com o intuito de excitar e promover discussões sobre o tema.

Em 1999, a UNESP (Campus de Rio Claro) realizou a I Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática (I CNMEM); em 2001 foi realizado a II Conferência Nacional sobre modelagem e Educação Matemática; já em outubro de 2003 ocorreu a III Conferência Nacional de Modelagem no campus da Universidade Metodista de Piracicaba - UNIMEP em Piracicaba - SP; novembro de 2005 ocorreu a IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática no campus da Universidade Estadual de Feira de

Santana- BA; a V Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática aconteceu em novembro de 2007, na cidade de Ouro Preto MG (UFOP/UFMG).

Percebe-se que há uma busca constante de difundir a modelagem matemática e que a mesma tem tido aceitação por parte de alguns importantes educadores, os quais têm trabalhado em prol do aperfeiçoamento da mesma. Logo, a difusão desta nova estratégia de ensino pode representar grande contribuição à educação matemática.

## 1.2 Como definir modelagem matemática?

Para compreender o que vem a ser modelagem matemática, necessário se faz entender modelo matemático, uma vez que não existe modelagem sem modelo. Na visão de Granger (1969 apud BIEMBENGUT, HEIN, 2003), modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional procura compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, realizando deduções.

Segundo Biembengut (1999 apud BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p. 12):

[...] quando se propõe um modelo, ele é proveniente de aproximações nem sempre realizadas para se poder entender melhor um fenômeno, e tais aproximações nem sempre condizem com a realidade. Seja como for, um modelo matemático retrata, ainda que em uma visão simplificada, aspectos da situação pesquisada.

Biembengut e Hein (2003 p. 12) ressaltam:

Este sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Neste contexto, modelagem matemática é uma estratégia que requer a obtenção de modelo que busca descrever matematicamente uma situação real para em seguida compreender e estudá-lo, levantando dados e elaborando hipóteses sobre tais fenômenos. Nesta perspectiva, modelagem matemática pode ser vista como estratégia de ensino e aprendizagem. Pode-se entendê-la como uma abordagem de um problema real por meio da

matemática, do problema serão extraídas as características pertinentes, elaboradas hipóteses e enfim feitas representações em variáveis matemáticas.

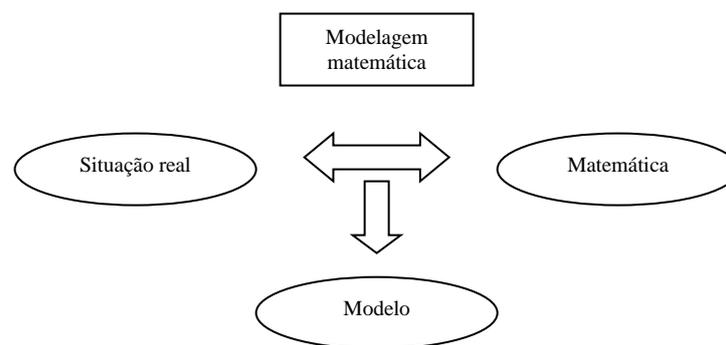
Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento. [...] Se tomarmos modelagem de um ponto de vista sócio-crítico, a indagação ultrapassa a formulação ou compreensão de um problema, integrando os conhecimentos de matemática, de modelagem e reflexivo. BARBOSA (2002, p.6)

Na visão de Bassanezi (2002, p.16):

A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (...). A modelagem pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas da pesquisa.

Pode-se considerar então que modelagem é o meio de interagir realidade e matemática.

Biembengut mostra esta interação através do esquema a seguir:



*Fig.1. Esquema do processo da modelagem matemática.*

*Fonte: Biembengut e Hein (2003, p. 13)*

O desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática envolve várias etapas essenciais. Inicialmente deve-se escolher o tema central a ser desenvolvido, realizar pesquisas para coletar dados que possam auxiliar no levantamento de hipóteses com o objetivo de elaborar problemas, em seguida selecionar variáveis essenciais envolvidas no problema e formular novas hipóteses. É necessário ainda sistematizar conceitos que serão utilizados na resolução dos modelos e interpretação da solução de forma analítica com possíveis reproduções gráficas. Finalmente é efetuada a validação dos modelos confrontando os resultados obtidos que devem ser os mais coerentes possíveis com a realidade pesquisada.

Neste contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio ressaltam os procedimentos para se fazer modelagem matemática:

[...] identificar o problema; procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; selecionar estratégias de resolução de problemas; fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. (BRASIL, 1999, p. 259)

A representação do real por meio do modelo matemático requer alguns passos, que ainda na visão de Biembengut (2003) podem ser agrupados em três etapas, subdivididas em seis subetapas.

A primeira etapa denominada interação requer reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado. Reconhecida a situação problema, deve ser feita uma pesquisa sobre o tema de modo indireto (livros ou revistas especializadas) ou direto (por meio da experiência em campo).

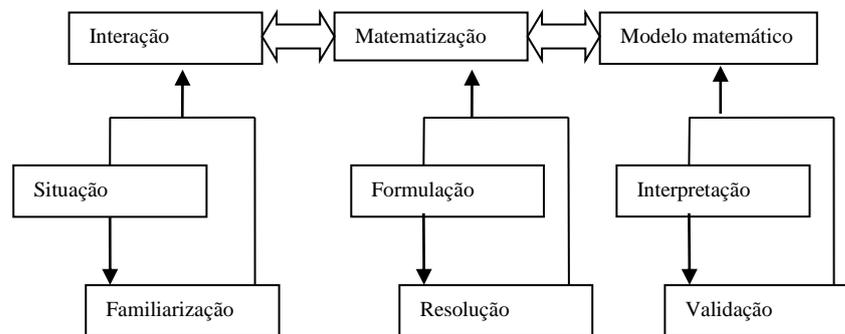
A segunda etapa é a matematização, fase em que se formula o problema ou hipótese e se resolve o problema em termos do modelo. Considerada a etapa mais complexa e desafiante, é nesta que se dá a tradução da situação problema para a linguagem matemática. A intuição e criatividade são elementos indispensáveis. Consiste na tarefa de classificar as informações (relevantes e não relevantes), levantar hipóteses decidindo os fatores a serem perseguidos, selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas, selecionar símbolos apropriados para as variáveis e descrever esta relações em termos matemáticos.

Para finalizar esta etapa, deve-se obter um conjunto de expressões e fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que levem a solução ou permitam a dedução de uma solução. O problema deve então ser resolvido com o ferramental matemático que se dispõe. Para isto necessitar-se-á de um conhecimento razoável sobre as entidades matemáticas envolvidas na formulação do modelo.

A última etapa nomeada modelo matemático é composta pela interpretação da solução e validação do modelo.

Para a conclusão do modelo torna-se necessário uma checagem para verificar em que nível este se aproxima da situação-problema apresentada. Deste modo, a interpretação do modelo deve ser feita analisando as implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, para então, verificar sua adequabilidade, retornando à situação problema investigada, avaliando o quão significativa é a solução.

Se o modelo não atender às necessidades que o gerou, o processo deve ser retomado para a 2ª etapa, mudando hipóteses, variáveis, e outros.



*Fig.2. Dinâmica da modelagem matemática.*

*Fonte: Biembengut e Hein (2003, p. 15)*

Ao concluir o modelo, necessário se faz a construção de um relatório que descreva as etapas do desenvolvimento, com o intuito propiciar seu uso adequadamente.

### **1.3 Modelagem matemática como estratégia de ensino de matemática**

Ao se analisar o processo ensino-aprendizagem de matemática no atual contexto, percebe-se que este ainda está impregnado de traços do ensino tradicional, mesmo em meio a tantas estratégias criadas para fazer uma educação renovada. Necessário se faz induzir o alunado a perceber a dimensão da matemática, seu uso e a importante contribuição da mesma para a sociedade.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

[...] A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadora, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática. (BRASIL,1997 p.19)

Em todas as ciências e áreas do conhecimento a matemática tem estado presente e tem servido como processo decisório em problemas políticos, sociais, entre outros, devido a seu caráter estatístico.

Nesta perspectiva, é necessário que a educação mostre onde e como se emprega o cálculo. Pode se alcançar isto aplicando conceitos matemáticos em situações cotidianas. Niss (1992 apud FERRUZZI et al, 2004) ressalta que se a matemática é tão importante na sociedade parece adequado que no ensino da Matemática se mostre o porquê e como.

A modelagem matemática pode ser um importante instrumento nesta complexa tarefa, uma vez que, seu cerne está na transposição de uma situação real para o mundo matemático. A exposição de conceitos por meio de situações cotidianas facilita a aprendizagem, desta forma, a modelagem pode ajudar os alunos na compreensão dos conteúdos matemáticos além de estimular a criatividade e senso crítico.

Seus objetivos principais se compreendem em aproximar outros campos do conhecimento da Matemática, ressaltar a importância da disciplina para a formação do alunado, motivar os educandos e os educadores, desenvolver raciocínio lógico, facilitar o processo de aprendizagem, dar significado aos conteúdos, relacionar prática e teoria e formar cidadãos críticos e conhecedores de seus direitos.

A modelagem vem sendo cada vez mais discutida como uma alternativa pedagógica no processo ensino-aprendizagem de matemática. Ela tem sido vista não apenas como meio

de interagir matemática com a realidade, mas como ambiente que proporciona o desenvolvimento no aluno, da capacidade reflexiva, interpretação e leitura.

Entretanto, trabalhar com esta ferramenta não se constitui em apenas resolver com os alunos situações-problema do cotidiano como fazem alguns educadores, o professor precisa conhecer a essência desta proposta e alguns modelos clássicos, e ainda assim poderá encontrar algumas dificuldades como a adequação do tema ao currículo, por isso na aplicação de um modelo pronto alguns ajustes geralmente são necessários. Inicialmente o professor pode escolher determinados modelos e recriá-los na sala de aula, fazendo as adaptações necessárias.

A condição necessária para o professor implementar a modelagem no ensino – modelação – é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas. Um embasamento na literatura disponível sobre modelagem matemática, alguns modelos clássicos e sobre pesquisas e/ou experiências no ensino são essenciais. BIEMBENGUT (2003 p.28)

Cabe ressaltar que nas primeiras atividades com modelagem matemática o docente poderá sentir insegurança, ou algumas aplicações poderão não ser bem-sucedidas, mas agilidade e segurança somente serão adquiridas através da prática. Neste sentido faz-se importante o incentivo contínuo ao trabalho com esta nova ferramenta como busca de melhorar o ensino, pois a educação precisa de mudanças urgentes, em especial no ensino desta disciplina.

#### **1.4 Modelagem matemática e etnomatemática**

A maneira como o ensino-aprendizagem está sendo conduzido tem promovido uma forte desassociação entre o que os alunos estão aprendendo na sala de aula e o que eles presenciam na sua cultura e no seu cotidiano.

A Etnomatemática vem de encontro a estas dificuldades. Iniciada no Brasil em 1975 a partir dos trabalhos de Ubiratan D`Ambrosio, é considerada uma abordagem histórico-cultural

do saber matemático e uma proposta pedagógica que lida com situações reais e sugere a valorização dos conhecimentos matemáticos informais construídos pelos alunos através de suas experiências fora do âmbito escolar.

Na visão de D'Ambrosio (1998, p. 5): “etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender, nos diversos contextos culturais.”

A modelagem matemática, considerada o alicerce sobre o qual se desenvolveu os conhecimentos matemáticos, exige a obtenção de modelos para descrever situações reais para em seguida estudá-las, estes modelos na maioria das vezes são de natureza etnomatemática, advindos das tradições de algum grupo. Os modelos matemáticos, sendo representações do mundo real facilitam a compreensão e abstração de conhecimentos matemáticos de determinadas culturas.

Neste contexto Biembengut (2000, p. 137) ressalta:

Conhecer, entender e explicar um modelo ou mesmo como determinadas pessoas ou grupos sociais utilizaram ou utilizam-no, pode ser significativo, principalmente, porque nos oferece uma oportunidade de “penetrar no pensamento” de uma cultura e obter uma melhor compreensão de seus valores, sua base material e social, dentre outras vantagens.

A matemática está presente no cotidiano sócio cultural de todo grupo, uma vez que, indivíduos, mesmo sem o conhecimento formal, trabalham com números, medidas, contagens e formas de cálculos que atendem as necessidades de seus grupos.

Uma das propostas da modelagem matemática é o uso da etnomatemática presente em grupos culturais, tendo em vista que estes grupos possuem grande conhecimento matemático. Neste sentido, enquanto a proposta etnomatemática procura valorizar o conhecimento informal de matemática dos diferentes grupos sócio-culturais e busca utilizá-los na introdução de novos conteúdos de matemática na sala de aula, a modelagem proporciona a contextualização da matemática acadêmica. A modelagem matemática constitui-se deste modo, numa ferramenta para a etnomatemática.

### **1.5 A modelagem matemática aplicada ao ensino das razões trigonométricas**

No atual processo ensino aprendizagem, muito se tem debatido e questionado sobre o ensino de trigonometria, que é na maioria das vezes enfadonho e sem contextualização. Há desta forma, uma necessidade de avanço no trabalho com este conteúdo.

É do conhecimento dos educadores que para propiciar um ensino significativo, é imprescindível contextualizar o conteúdo, em especial os mais complexos, entretanto este recurso não é usado, talvez devido à escassez de tempo, falta de conhecimento ou estímulo. Contudo, não se pode permitir que tais elementos impeçam o desenvolvimento de um trabalho expressivo.

Neste contexto, há algumas ferramentas que podem auxiliar no trabalho com a trigonometria, entre estas se destaca a modelagem matemática, embora tenha sido pouco usada com este intuito.

Conceitos de trigonometria como as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) são apresentados aos alunos de maneira tradicional, utilizando como recurso na maioria das vezes apenas o livro didático e este aborda geralmente as relações no triângulo retângulo já prontas. O educador poderia neste caso, fazer demonstrações construindo figuras geométricas, uma vez que as relações trigonométricas podem ser evidenciadas no triângulo retângulo. Desta forma, edificar-se-ia uma aprendizagem significativa.

Utilizar a modelagem matemática na construção de conceitos pode agir como facilitador no processo ensino aprendizagem, aguçar o interesse dos educandos pelo conteúdo além de responder às questões como, “onde usarei isto?” ou “para que serve isto?”.

Deste modo, a modelagem matemática sendo uma abordagem de um problema real por meio da matemática irá evidenciar aos educandos o uso da trigonometria no cotidiano, além de poder explicar como surgiram os teoremas, utilizando para isto os modelos matemáticos. Percebe-se então, que o ensino de trigonometria utilizando a modelagem poderá causar avanços expressivos no ensino de matemática.

## 1.6 Trigonometria

Trigonometria (do grego *trigōnon* "triângulo" + *metron* "medida") significa medidas das partes de um triângulo, pode-se ainda abordá-la como um ramo da matemática que estuda os triângulos. Trabalha em especial as relações entre os lados e os ângulos dos triângulos e as funções trigonométricas.

A trigonometria surgiu devido às necessidades práticas do homem, advindas da Astronomia, Agrimensura e Navegações. As primeiras noções parecem ter surgido na Babilônia e Egito a partir das razões entre números e entre lados de triângulos semelhantes.

Entretanto, a trigonometria não foi descoberta de apenas um matemático, constitui-se da junção do estudo de vários pesquisadores. A idéia de associar sombras projetadas às seqüências numéricas surgiu no Egito aproximadamente 1500 a.C., acredita-se que estas idéias tenham prescindido a chegada, séculos depois, das funções trigonométricas.

O Papiro de Rhind encontrado no Egito (aproximadamente 1650 a.C), continha 84 problemas, dentre estes, alguns fazem referência ao *seqt* de um ângulo e acredita-se se que este *seqt* corresponda hoje à cotangente do ângulo.

O problema 56 do Papiro de Rhind tem especial interesse por conter rudimentos de trigonometria e uma teoria de triângulos semelhantes. Na construção de pirâmides era essencial manter uma inclinação constante das faces e pode ter sido essa preocupação a levar os egípcios a introduzir um conceito equivalente ao de cotangente de um ângulo. [...] A palavra egípcia *seqt* significa o afastamento horizontal de uma reta oblíqua em relação ao eixo vertical para cada variação de unidade na altura. O *seqt* correspondia assim, exceto quanto a unidades de medida, ao termo usado hoje pelos arquitetos para indicar a inclinação de uma parede. BOYER (1996, p. 13)

Na Babilônia também parece haver vestígios de trigonometria, uma vez que os babilônicos tinham grande interesse pela astronomia, e esta requer um estudo das fases da lua e pontos cardeais, o que demanda conhecimento sobre triângulos.

Os gregos também deram ênfase ao estudo das relações entre ângulos numa circunferência. Segundo Boyer (1996, p.108):

Com os gregos pela primeira vez encontramos um estudo sistemático de relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e os comprimentos das cordas que os subentendem. As propriedades das cordas, como medidas de ângulos centrais ou inscritos em círculos, eram conhecidas dos gregos do tempo de Hipócrates, e é provável que Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua.

Nesta vertente, os matemáticos gregos fizeram estudos acerca das relações entre retas e círculos, utilizando-os na astronomia, contudo, isto ainda não esboçou uma trigonometria ordenada. Acredita-se que somente na segunda metade do segundo século a.C. foi documentada a primeira tabela trigonométrica pelo astrônomo Hiparco de Nicéia (por volta de 180-125 a.C.), sendo este considerado um dos principais contribuidores para descoberta e desenvolvimento da trigonometria, levando-o a ser designado o “pai da trigonometria”. Porém, os termos seno e cosseno, surgiram somente no século XVII, devido a problemas relativos à astronomia e a tangente originou-se da necessidade de calcular alturas e distâncias.

Outro importante astrônomo foi Eratóstenes de Cirene (276-196 a.C.) tendo determinado uma provável medida para a circunferência da Terra, utilizando para isto a semelhança de triângulos e razões trigonométricas.

Deste modo, a trigonometria que a princípio, auxiliava na agrimensura e astronomia, hoje se tornou um importante recurso à humanidade, contribuindo para solucionar problemas do cotidiano.

### **1.7 Implicações da trigonometria no ensino de matemática**

Desde a antiguidade a trigonometria vem desenvolvendo e tornando-se a cada dia mais indispensável para a astronomia, agrimensura, navegações, Física, além de se integrar no currículo escolar. Entretanto, é um conteúdo que na maioria das escolas é visto pelos educadores e educandos como um tópico complexo da matemática, causando a impressão de que ela é constituída por equações e fórmulas supérfluas e inúteis. O que não deveria ocorrer, uma vez que a mesma está pautada de aplicações e significados em problemas do cotidiano.

Contudo, a trigonometria também não pode ser vista como um assunto isolado dos demais, tendo em vista que ela engloba vários conhecimentos pertinentes a outros ramos da matemática e outras ciências. Necessário se faz, apresentá-la de forma que os educandos possam perceber sua simplicidade e aplicabilidade.

De acordo com os PCNs:

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p.257).

Ao se trabalhar os conceitos trigonométricos pode-se englobar vários assuntos geométricos, como congruência e semelhança de triângulos e estudar as variáveis pertinentes ou desenvolver outros assuntos matemáticos, uma vez que a trigonometria abarca várias áreas da matemática.

A trigonometria, sendo um ramo da matemática que possui grande variedade de aplicações permite ao educador trabalhá-la de forma contextualizada, neste sentido, o professor pode aproveitar-se de sua aplicabilidade para despertar nos alunos o interesse por este e outros conteúdos.

Neste contexto, ao trabalhar o ensino de trigonometria deve-se utilizar e demonstrar suas aplicações cotidianas, isto tornará o ensino de matemática significativo, além de estimular o alunado e desenvolver seu raciocínio lógico, capacidade de reflexão e interpretação de resultados. Instigar o educando na atual conjectura educacional tornou-se imprescindível para torná-lo um ser ativo no processo de aprendizagem.

Cabe observar que, para a compreensão do conteúdo trigonométrico, como de outros pertencentes à matemática, é indispensável que o docente desenvolva no educando competências e habilidades, como análise e interpretação que servirão de base para aprendizagem de vários outros assuntos. Isto poderá ocorrer utilizando-se de ferramentas como a modelagem matemática.

Tendo em vista que a modelagem atua como ferramenta facilitadora no processo de ensino aprendizagem e a trigonometria como campo complexo da matemática, acredita-se que a modelagem possa ser eficaz na construção de conceitos trigonométricos, uma vez que proporciona visualização dos conteúdos em situações reais, presentes no universo dos alunos.

## **Capítulo II – USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO EDUCACIONAL**

Ao analisar a atual conjectura educacional, percebe-se que a educação vem sofrendo algumas mudanças relativas às práticas metodológicas, novas ferramentas de ensino têm sido introduzidas na sala de aula, em especial nas aulas de matemática, com o intuito de enfatizar o uso de conteúdos matemáticos em situações reais.

O ensino de matemática não pode ser pautado apenas de fórmulas pré-determinadas, onde o aluno só consegue utilizá-las em exercícios propostos em livros didáticos, que na maioria das vezes não promove reflexão. É necessário que o educador desenvolva no educando capacidade de crítica e de construção de conhecimento.

Neste contexto, surge a modelagem matemática como uma ferramenta no processo ensino-aprendizagem, tendo como objetivo dar significado e aplicação aos conteúdos matemáticos, desenvolvendo nos alunos raciocínio lógico, compreensão de assuntos abstratos, postura crítica perante assuntos propostos, além de contribuir na edificação do conhecimento.

No setor educacional, aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica. (BASSANEZI, 2002, p.16)

Desta forma, admite-se a modelagem matemática como estratégia para promover um ensino significativo de matemática. É nesta ótica que esta pesquisa se desenvolveu, visando examinar as contribuições da modelagem no processo ensino-aprendizagem.

## **2.1 Modelagem matemática e pesquisa-ação**

Ao falar de modelagem matemática, vários pontos podem ser levantados com o intuito de exaltá-la ou de criticá-la, deste modo, procurou-se aqui desenvolver além da teoria, a prática de modelagem, na intenção de evidenciar sua eficácia como ferramenta de ensino.

Para conhecer os resultados da aplicação da modelagem matemática e constatar se a mesma contribui para o ensino de trigonometria, trabalhou-se um projeto de modelagem com quinze alunos da segunda série do ensino médio do Colégio Estadual Dom Prudêncio, do Município de Posse.

A pesquisa intitulada “Modelagem Matemática no ensino da Trigonometria” desenvolveu-se em quatro etapas. A primeira constituiu-se de um questionário aplicado aos educandos, com a finalidade de avaliar seus conhecimentos acerca do conteúdo de trigonometria. A segunda, de um questionário aplicado aos docentes, a terceira constituiu-se da aplicação do projeto modelagem, e a quarta etapa compôs-se de um novo questionário com os alunos, para avaliar o projeto e visando perceber se os conteúdos foram aprendidos.

### **2.1.1 Investigação Discente**

A pesquisa aplicada aos discentes teve como objetivo, conhecer a apreciação dos mesmos em relação à matemática e o nível de conhecimento acerca da trigonometria, bem como as ferramentas utilizadas pelo professor em sua prática pedagógica.

Para se trabalhar modelagem, necessário se faz conhecer a realidade do público-alvo. Assim, buscou-se investigar os alunos, objeto desta pesquisa, sobre questões que são pertinentes ao universo que envolve o ensino e a aprendizagem da trigonometria.

As questões investigadas foram em relação à estima do alunado pela matemática, conhecimento do termo trigonometria pelos mesmos, utilização pelo professor de outros recursos além do livro didático e do quadro-giz no ensino de matemática e questões contendo figuras geométricas para que os alunos classificassem-nas quanto aos lados e indicassem a hipotenusa e os catetos.

Passa-se agora a tabulação dos dados da pesquisa, seguidos das análises decorrentes.

### 2.1.1.1 Estima do alunado pela matemática

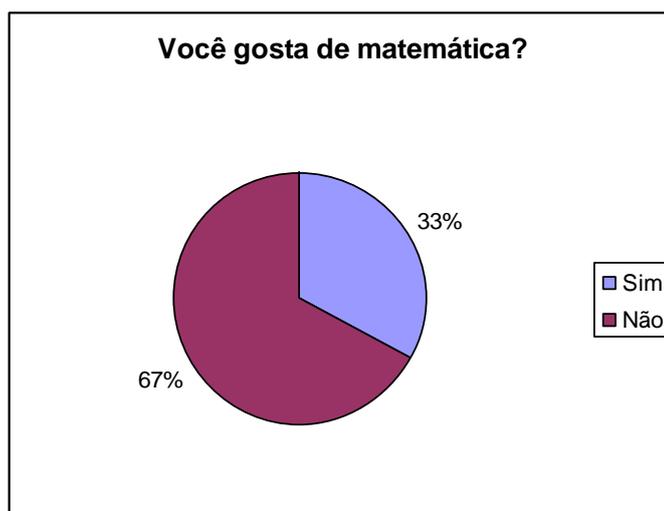


Gráfico 2.1

Ao analisar o gráfico, onde pode ser visualizado que muitos alunos têm apatia pela matemática, intui-se que o problema possa estar na formação do aluno, uma vez que a matemática é trabalhada na maioria das instituições de forma não contextualizada.

Tendo em vista que a opinião desta amostra é a mesma da maioria dos estudantes, torna-se necessário atingir a raiz do problema, estimular os alunos desde a formação inicial a gostar de matemática, através de ensino contextualizado, pois a criança só aprende aquilo ao qual ela é estimulada.

Na visão de Carraher, T.; Carraher, D.; Schliemann (1988, p. 12) “A aprendizagem de matemática na sala de aula é um momento de interação entre a matemática organizada pela comunidade científica, ou seja, a matemática formal, e a matemática como atividade humana.”

Ao observar as crianças num contexto cultural, percebe-se que as mesmas, possuem grande facilidade de lidar com a matemática do cotidiano, quando trabalham como pequenos

comerciantes nas ruas passam troco com grande facilidade, possuem raciocínio lógico rápido, todavia, quando submetidas ao ensino formal, demonstram acentuadas dificuldades.

Nesta corrente, percebe-se que outro fator importante é fazer uso dos conhecimentos que os educandos já possuem, agregando-os a outros desconhecidos. Ao utilizar este método o professor pode transformar o aluno em um ser ativo no processo ensino aprendizagem, pois ele sente prazer e estímulo ao participar da aula quando se trata de assuntos já conhecidos pelos mesmos. Desta forma, a matemática será também contextualizada e os assuntos não serão vistos como novos, uma vez que permeiam o dia a dia dos discentes.

Ressaltar a importância da matemática nos diversos campos e ciências, também se torna um instrumento de estímulo aos discentes. Neste sentido, há várias ferramentas que o educador pode estar utilizando para estimular a aprendizagem matemática, cabe a ele saber utilizá-las e o mesmo demonstrar afeição pela disciplina.

#### 2.1.1.2 Conhecimento dos alunos em relação ao termo trigonometria



Gráfico 2.2

Como pode ser visualizado no gráfico, a maioria dos educandos não tem noção do significado do termo, e possivelmente do conteúdo, o que leva a entender que não foram construídos conceitos, decorou-se fórmulas, o que foi suficiente para passar de série. Desta

maneira, formam-se alunos com conceitos matemáticos vagos, os quais não conseguem utilizá-los em situações reais.

Cabe ressaltar que apenas um aluno respondeu que sabia a significação, e justificou-o no questionário. Embora não tenha conseguido apresentar uma resposta adequada, explicou citando: “A geometria em geral faz parte, exemplo: a classificação dos triângulos, calcular um lado do triângulo.” Sua resposta não foge do contexto, pois este termo formalmente significa, medida das partes de um triângulo. A classificação dos triângulos e o cálculo das medidas dos lados, como foi citado pelo aluno, são conhecimentos necessários para a aprendizagem trigonométrica.

Ao se desenvolver qualquer conteúdo é pertinente, inicialmente, trabalhar a nomenclatura matemática, proporcionar aos educandos pesquisar as definições no dicionário, a origem do conteúdo, sua relevância para a sociedade e os matemáticos que colaboraram para seu desenvolvimento, estes são fatores que estimulam o alunado e contribuem na compreensão e assimilação dos conteúdos.

### 2.1.1.3 Utilização pelo professor, de outros recursos além do livro didático e do quadro-giz no ensino de matemática

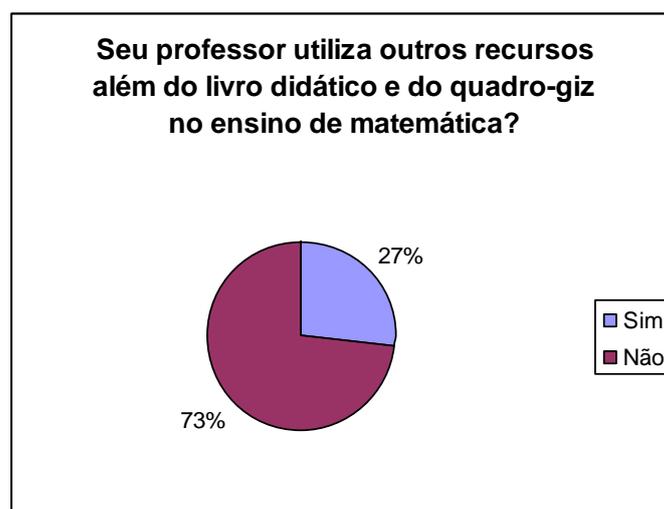


Gráfico 2.3

Observando o gráfico, que questiona se o professor utiliza outros recursos além do livro didático e do quadro-giz ao trabalhar a matemática, percebe-se que na visão da maioria dos alunos pesquisados, os educadores não utilizam estratégias diversificadas de ensino, mesmo em meio às novas ferramentas existentes que promovem aprendizagem significativa. Isto comprova que o ensino de matemática ainda encontra-se focado no tradicionalismo.

Os novos recursos e ferramentas pedagógicos têm sido muito discutidos no âmbito educacional, entretanto suas aplicações ainda encontram várias barreiras, em especial a resistência às mudanças por parte dos docentes. Esta resistência muitas vezes decorre da má formação dos professores pelas universidades. A cada dia aumenta-se o número de cursos de licenciatura, em contrapartida na qualidade não tem ocorrido o mesmo avanço.

Nesta vertente, a formação inicial do docente deve proporcionar ao educador o desenvolvimento intelectual, autonomia e compromisso de intervenção nas metodologias e no uso de novos recursos.

Contudo, muitas instituições de ensino, atualmente já dispõem de recursos como jogos, computador, televisão, vídeos, que os professores podem estar utilizando ao desenvolver conteúdos, além disso, há ferramentas como a modelagem matemática, que diversificam o processo de ensino aprendizagem e que podem ser aproveitadas. O importante é que o educador não esteja centrado apenas no livro didático e no quadro-giz, estes recursos não conseguem estimular e menos ainda manter a atenção do aluno.

#### 2.1.1.4 Identificação da hipotenusa e dos catetos no triângulo

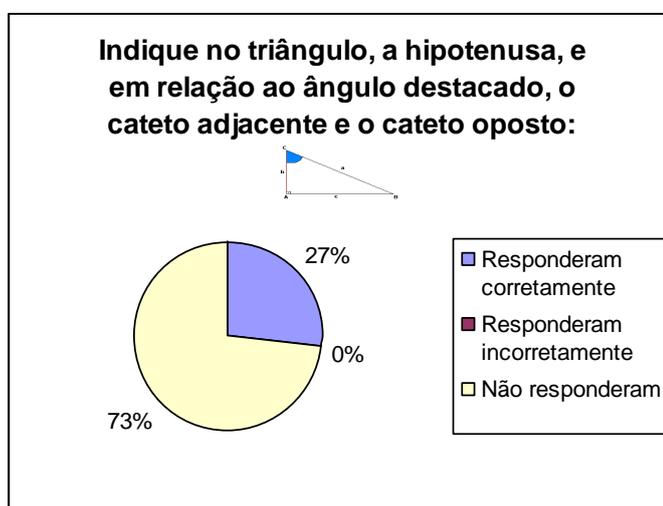


Gráfico 2.4

### 2.1.1.5 Classificação dos triângulos quanto aos lados

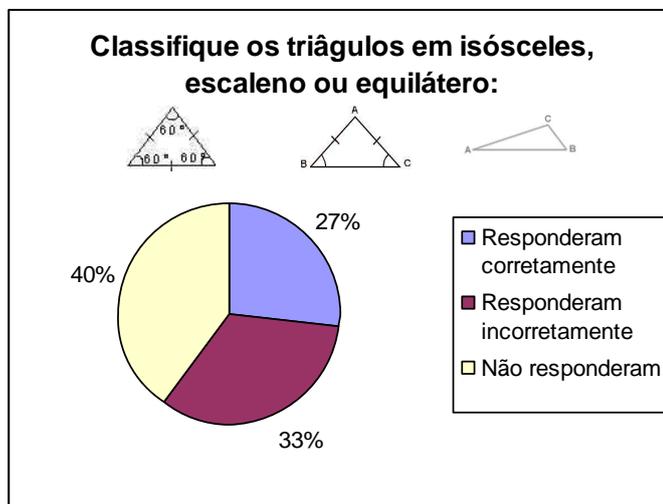


Gráfico 2.5

Nas duas últimas questões foram abordadas figuras geométricas para que os alunos classificassem-nas quanto aos lados e indicassem a hipotenusa e os catetos, com a finalidade de conhecer o que os mesmos sabiam no campo geométrico e trigonométrico.

Como se pode perceber através da análise gráfica, os educandos têm dificuldades em assuntos que são trabalhados desde o ensino fundamental, segunda fase. Estas deficiências se devem em alguns casos devido ao ensino descontextualizado, que não proporciona construção de conhecimentos, onde é trabalhado somente fórmulas, solução mecânica de exercícios, sem relação com o que o aluno já conhece, ou com o meio que o cerca.

Estela Kaufman (1999, p. 83) adverte:

Adotando a concepção construtivista, entendemos que o conhecimento, para ser construído, deve ser trabalhado com o aluno, despertando o seu interesse para resolver as atividades propostas que interagem com o meio. Não se deve perder de vista que o processo de construção do conhecimento exige situações ou ambientes educacionais que o favoreçam.

Portando, necessário se faz, trabalhar os conteúdos visando à construção de conhecimentos, abolindo o método de apenas repassar informações, onde o aluno é visto

como um depósito de conteúdos. Observa-se um mundo onde apenas diplomas não garantem sucesso, hoje é cobrado saber, portanto, acredita-se que é isto que as escolas devam proporcionar.

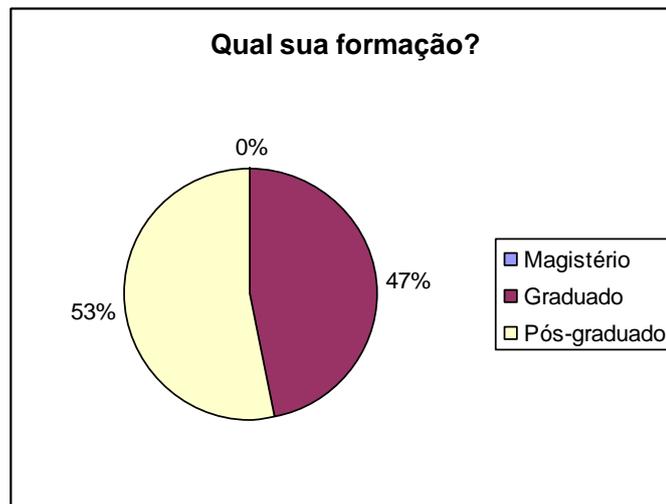
### 2.1.2 Investigação Docente

Com o intuito de obter dados relacionados ao ensino de trigonometria, uso da modelagem matemática neste e à formação docente, realizou-se uma pesquisa com quinze professores atuantes no ensino médio, nas escolas do município de Posse.

As questões abordadas na pesquisa foram relacionadas à formação, resistência dos alunos ao ensino de trigonometria, utilização da modelagem ou de outras ferramentas além do livro didático e o quadro-giz no ensino de trigonometria e avaliação de seu conhecimento em relação às novas ferramentas de ensino de matemática.

Passa-se agora a tabulação dos dados da pesquisa, seguidos das análises decorrentes.

#### 2.1.2.1 Formação dos docentes



Ao analisar o gráfico, verifica-se que no quesito formação, o ensino de matemática está visivelmente bem pautado, tendo em vista que, dos quinze professores questionados, oito possuem pós-graduação e sete são graduados. Entretanto, cabe ressaltar que não se deve levar em consideração apenas títulos, uma vez que há, infelizmente, universidades de má qualidade e profissionais que não buscam aperfeiçoamento docente e engrandecimento pessoal nos cursos de formação, cursam com a finalidade de ter aumento salarial.

A LDB, em seu artigo sessenta e dois traz a necessidade dos professores de educação básica ter curso superior para poderem atuar, o que vem gerando uma corrida pela formação e conseqüentemente, licenciaturas sem qualidade.

A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal. (Lei 9394 – 20/12/96)

Todavia, não é desta forma, criando normas para os educadores ou às instituições, que a educação irá atingir novo patamar, como indica Paulo Freire (1997, p. 25), “numa perspectiva realmente progressista, não se muda a ‘cara’ da escola com portarias. Não se decreta que de hoje em diante, a escola será competente, séria e alegre”.

Neste sentido, é necessário que os cursos superiores capacitem não somente profissionais para ministrar conteúdos, mas capazes de estimular o aluno à reflexão, à crítica e à construção de conhecimentos.

Não se pretende aqui colocar que esta corrida pela formação de nada contribuiu para melhorar a educação, logicamente, de alguma forma ela colaborou para o aprimoramento da prática docente, almeja-se aqui expor que para uma verdadeira mudança no processo educacional deve se proporcionar formação de qualidade, caso contrário, conseguirá apenas mascarar a realidade da educação brasileira.

#### **2.1.2.2 Resistência dos alunos ao ensino de trigonometria**

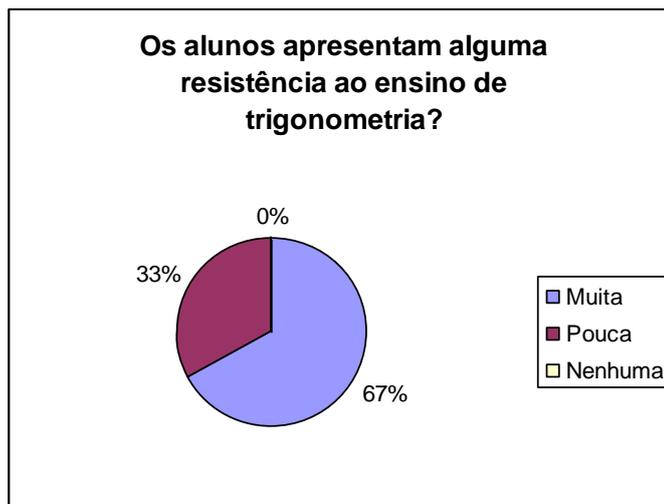


Gráfico 2.7

Observando o gráfico, onde expõe dados relacionados à resistência dos alunos ao ensino de trigonometria, constata-se a verdadeira realidade do processo ensino aprendizagem não somente deste conteúdo, mas de vários outros do campo da matemática. Nesta questão, dez professores afirmaram que seus alunos são resistentes a este conteúdo.

Nesta situação, cabe um questionamento: a trigonometria é um conteúdo verdadeiramente complicado ou a forma como os professores a expõe desestimula o alunado?

Este é um assunto embaraçoso, mas necessário se faz ressaltar, neste momento, que a matemática no âmbito educacional é vista como complexa, criou-se esta imagem, logo, os alunos que tem mais dificuldade neste campo, já vêem todos os conteúdos com apatia.

Contudo, a trigonometria requer alguns conhecimentos no campo geométrico, este geralmente não é trabalhado de forma contextualizada, através da construção e manipulação de figuras, o que ocasiona o não aprendizado ou a formação de conceitos vagos do conteúdo, conseqüentemente a falta de conhecimentos no campo geométrico implica na construção dos conceitos de trigonometria.

No entendimento de Estela Kaufman (1999) as atividades de construções geométricas possibilitariam o desenvolvimento da visualização, percepção e representação para a conceituação de uma idéia geométrica, enquanto que a preocupação docente de treinar os

alunos a fazer contas e decorar algoritmos apenas leva-os a apresentar grande dificuldade em matemática.

Nesta vertente, percebe-se a importância das construções e manipulações de figuras não apenas em geometria, contudo, também seriam muito úteis no ensino aprendizagem de trigonometria.

Vale ressaltar, que a contextualização do conteúdo e o uso de ferramentas como a modelagem matemática também se tornam importantes, pois em ambos estará mostrando a trigonometria em situações reais. Ora, esta abordagem promove o estímulo e a aprendizagem significativa.

Deste modo, pode se afirmar que em qualquer conteúdo a apresentação dele pelo docente ou sua forma de trabalho implicará na aprendizagem do alunado. É imprescindível, que os educadores utilizem se de ferramentas e estratégias para estimular e tornar o conteúdo interessante aos olhos dos alunos.

### 2.1.2.3 Utilização da modelagem matemática no ensino de trigonometria

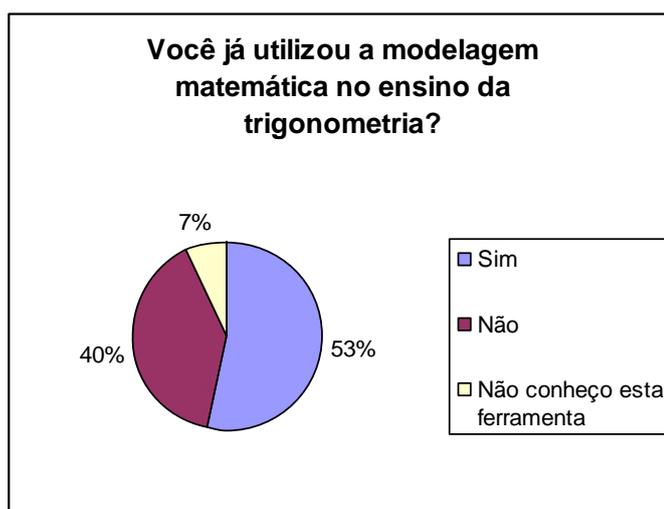


Gráfico 2.8

Ao se observar o gráfico, que questiona os professores quanto ao uso de modelagem no ensino da trigonometria, oito professores afirmaram usar esta ferramenta, seis afirmaram não utilizar e um admitiu não conhecê-la.

O uso da modelagem matemática constitui-se num importante passo no processo ensino aprendizagem, estes dados são surpreendentes. Entretanto, se contrapõem à investigação feita com os alunos, onde maioria diz que o professor só utiliza o livro didático e o quadro-giz ao trabalhar a matemática.

Certamente, se o uso desta ferramenta é comum a este número de professores acredita-se que os alunos não deveriam apresentar tanta aversão à trigonometria como foi afirmado por dez educadores, uma vez que a modelagem proporciona a contextualização e o trabalho com situações reais, que norteiam o universo dos educandos. Isto leva ao entendimento de que há equívocos na compreensão dos professores sobre o que realmente representa trabalhar a modelagem.

Nesta corrente, Bassanezi (2002, p. 17) afirma:

No caso específico da Matemática, é necessário buscar estratégias de ensino-aprendizagem que facilitem sua compreensão e utilização. A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

Contudo, utilizar a modelagem matemática não se constitui em apenas trabalhar situações-problema contextualizadas, como acreditam alguns educadores. Ainda, segundo Bassanezi (2002, p. 31, “A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.”

Logo, para estimular os educandos e promover o ensino aprendizagem de trigonometria através da modelagem, é necessário que os professores não apenas contextualizem problemas matemáticos, deve-se buscar entender a modelagem em sua essência, e trabalhá-la de forma completa em sua atividade pedagógica.

#### **2.1.2.4 Utilização de ferramentas ou recursos no ensino de trigonometria além do livro didático**

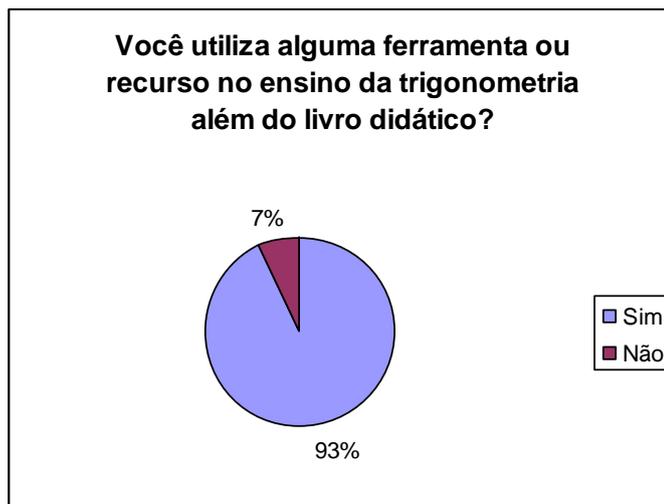


Gráfico 2.9

Ao se analisar os dados relacionados ao uso de novas ferramentas e recursos além do livro didático no ensino de trigonometria, observa-se que a maioria diz utilizar, isto é animador, tendo em vista que aulas diversificadas estimulam o alunado.

Os professores em sua maioria citaram usar construção de maquetes, confecção de sólidos, modelagem matemática, jogos, história da trigonometria, softwares matemáticos, vídeo, DVD e laboratório de informática. Estas ferramentas constituem-se em uma série de alternativas de ensino, que certamente contribuem para tornar os conteúdos atrativos.

Todavia, os alunos quando investigados citaram, em sua maioria, que os professores não utilizam recursos diversificados, deste modo, percebe-se que os professores tem conhecimento de várias alternativas de ensino, entretanto, pode ocorrer de eles estarem utilizando com pouca frequência ou nos momentos impróprios.

#### **2.1.2.5 Avaliação docente em relação ao seu conhecimento das novas ferramentas de ensino de matemática**

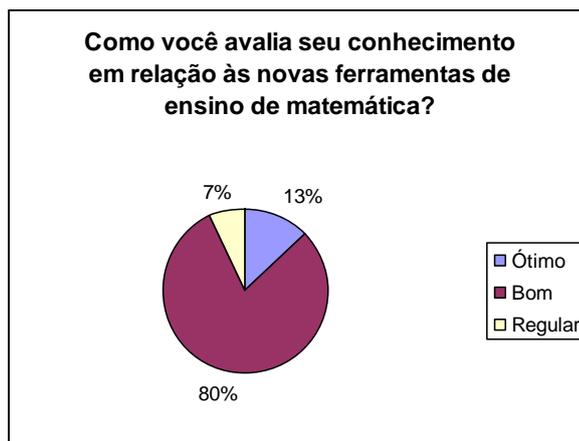


Gráfico 2.10

Visualiza-se no gráfico, que grande parte dos professores consideram como bons seus conhecimentos em relação às novas ferramentas de ensino de matemática, em contrapartida, sabe-se que o processo ensino aprendizagem desta disciplina ainda apresenta sérias deficiências, sendo focado no tradicionalismo.

Faz-se importante ressaltar, que o professor ainda encontra barreiras ao tentar inovar, tanto pelas instituições de ensino, quanto pelo próprio corpo docente, ainda há a idéia de que o uso de ferramentas possa ser perda de tempo, enquanto o principal papel do professor é cumprir a matriz curricular anual.

Nesta abordagem D'Ambrósio (1995, p. 26-7) destaca: “Estamos agora vivendo um Novo Renascimento [...] que alguns chamam a Nova Era [...] com profundas implicações [...] Não se chega ao novo sem um novo pensar [...]”

O ensino aprendizagem no geral, está passando por mudanças, em sua maioria positivas. Os educadores de matemática não podem mais temer às transformações, deve se tornar um ser ativo neste processo e ser o protagonista das mutações pedagógicas. Não temer às críticas é fator essencial, pois tudo que está estagnado, quando alterado, é normal o surgimento de questionamentos.

### **2.1.3 A aprendizagem da trigonometria através da aplicação da modelagem matemática no ensino médio**

Ao analisar artigos e livros relacionados à modelagem matemática, pode-se dizer que esta ferramenta vem de encontro a muitas deficiências do ensino, não querendo aqui proferi-la como a solução para todos os problemas do ensino de matemática, contudo, segundo as referências bibliográficas, ela oferece um ensino contextualizado, possibilitando aprendizado significativo.

Nesta corrente, visando ponderar de forma mais profunda sobre a modelagem e com o intuito de comprovar sua eficácia, executou-se o projeto com o tema “Modelagem Matemática no ensino da Trigonometria”, que encontra-se em anexo. Abrange em especial as razões trigonométricas e teve a participação de quinze alunos da segunda série do ensino médio, do Colégio Estadual Dom Prudêncio, localizado na cidade de Posse.

### **2.1.3.1 Aplicação do projeto de modelagem matemática**

Inicialmente, foi feito o diagnóstico do alunado que iria participar do projeto, através de uma visita à sala de aula e de conversa com o professor de matemática, o que permitiu conhecer um pouco da realidade e os conteúdos matemáticos que já haviam sido trabalhados com o público alvo. Nesta mesma ocasião foi efetuado o convite para participação do projeto.

A execução ocorreu em dez horas aulas, dando ênfase à prática, mas não excluindo a teoria. Procurou-se no decorrer das aulas, sempre acoplar teoria à prática, tendo em vista que são elementos indissociáveis no processo ensino-aprendizagem e que permeiam a modelagem matemática.

Bassanezi (2002, p.17) ressalta: “A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.”

Primeiramente, realizou-se um questionário (em anexo) para averiguar os conhecimentos matemáticos dos alunos, sobretudo em relação à trigonometria, no qual foi visto que os mesmos apresentam grandes dificuldades no campo geométrico e trigonométrico.

Objetivando desencadear no alunado interesse e curiosidade pelo tema que iria ser desenvolvido, foi proporcionada a leitura e discussão de um texto (em anexo) que retrata a trigonometria nos diversos âmbitos e ciências, abordando sua influência no cálculo de distâncias. Esta conversa, além de estimular o interesse do alunado pelo trabalho, apontou o que os mesmos já conheciam a respeito do conteúdo.

Dando seqüência, foi proposto o tema, cálculo de distâncias inacessíveis. Neste momento, promoveu-se o envolvimento dos educandos com o tema levantando questões como: o que pode ser usado para calcular grandes distâncias? Quais os dados necessários? Quais ferramentas podem ser utilizadas?

Apresentou-se em seguida uma situação problema em maquete, que envolvia distâncias, a partir daí passou-se para a formulação e resolução da situação problema através da coleta de dados e levantamento de hipóteses.

Definido o problema, propôs-se a tradução para a linguagem matemática. Introduziu-se então, a confecção de triângulos através de dobraduras e a classificação dos mesmos em relação aos lados e aos ângulos. Houve desta forma, uma revisão dos conceitos geométricos.

Procurou-se levar em consideração os conceitos matemáticos que os alunos já possuíam, revisando-os e introduzindo outros considerados elementares.

Ao final deste encontro houve uma conversa, onde os alunos puderam explanar os pontos interessantes e suas dificuldades, em relação à geometria e trigonometria, como a classificação dos triângulos e o cálculo dos ângulos e lados.

No segundo encontro, trabalhou-se conceitos trigonométricos, demonstrando através das dobraduras, catetos e hipotenusa, medidas de ângulos utilizando o transferidor e congruência e semelhança de triângulos.

A demonstração de congruência e semelhança aconteceu usando triângulos de tamanhos diferentes, manuseando-os e sobrepondo um sobre o outro. Apontou-se desta forma, que os ângulos podem ser congruentes mesmo em figuras de tamanhos diferentes e

demonstrou-se que quando os ângulos são congruentes e os lados proporcionais têm-se a semelhança de triângulos.

Em seguida, cada aluno construiu uma tabela utilizando algumas figuras confeccionadas. Utilizou-se os triângulos retângulos presentes no quadrado e no triângulo equilátero, as razões entre as medidas reais de seus lados e considerando seus ângulos de trinta, quarenta e cinco e sessenta graus.

	30°	45°	60°
<u>Cateto oposto</u> Hipotenusa	$\frac{12}{24} = 0,5$	$\frac{21}{29,5} = 0,70$	$\frac{20,78}{24} = 0,86$
<u>Cateto adjacente</u> Hipotenusa	$\frac{20,78}{24} = 0,86$	$\frac{21}{29,5} = 0,70$	$\frac{12}{24} = 0,5$
<u>Cateto oposto</u> Cateto adjacente	$\frac{12}{20,78} = 0,57$	$\frac{21}{21} = 1$	$\frac{20,78}{12} = 1,73$

Tabela 1: Razões trigonométricas

Foi em seguida proposto um problema simples, relacionado às razões trigonométricas, o qual os alunos conseguiram resolver utilizando a tabela construída pelos mesmos.

Esta fase teve suma importância, visto que, proporcionou a revisão de conceitos já estudados e a interação com outros desconhecidos.

No último encontro, foi efetuada a generalização do problema, através da construção da tabela trigonométrica, utilizando-se novamente dos triângulos retângulos presentes no quadrado e no triângulo equilátero, mas sem as medidas dos lados, nomeando estas de  $\ell$ . Nesta etapa, generalizou-se as razões dos lados, trabalhando os termos, seno, cosseno e tangente.

	30°	45°	60°
$\frac{\text{Cat. Op.} = \text{Sen}}{\text{Hip}}$	$\frac{\ell}{2} = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{1}{\ell} = \frac{1}{2}$	$\frac{\ell}{\ell\sqrt{2}} = \frac{\ell}{\ell} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\ell} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\text{Cat. Ad.} = \text{Cos}}{\text{Hip}}$	$\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\ell} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\ell}{\ell\sqrt{2}} = \frac{\ell}{\ell} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\ell/2}{\ell} = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{1}{\ell} = \frac{1}{2}$
$\frac{\text{Cat. Op.} = \text{Tg}}{\text{Cat. Ad.}}$	$\frac{\frac{\ell}{2}}{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}} = \frac{\ell}{2} \cdot \frac{2}{\ell\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\ell}{\ell} = 1$	$\frac{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{\frac{\ell}{2}} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\ell} = \sqrt{3}$

Tabela 2: Razões trigonométricas

Esta tabela teve como resultado os mesmos valores da confeccionada anteriormente, com isto os alunos verificaram que para quaisquer triângulos retângulos, presentes no triângulo equilátero e no quadrado as razões trigonométricas são sempre as mesmas. Chegou-se desta forma, ao modelo que solucionaria o problema inicial ou qualquer outro tipo semelhante. Para comprovar os educandos solucionaram o problema proposto inicialmente, utilizando esta tabela.

Com o intuito de validar o modelo, foram propostas situações problemas similares, as quais foram solucionadas com o mesmo modelo, cumprindo-se a última etapa proposta pelo processo da modelagem matemática.

Durante os encontros, foram trabalhados conceitos matemáticos pertinentes à situação problema. Contudo, procurou-se constantemente, valorizar os conhecimentos matemáticos preliminares dos alunos, interagindo-os a outros que os mesmos desconheciam, ou que já haviam visto, mas de maneira descontextualizada.

Neste ambiente de interação de teoria e prática transcorreu todo o projeto, no qual os alunos participaram de forma entusiástica, sempre questionando e levantando hipóteses. Percebe-se desta maneira, que a mesma é adequada e relevante às situações-problemas que envolvam distâncias.

### 2.1.3.2 Análise da aplicação do projeto

A trigonometria, surgida das necessidades reais do homem e tópico que se encontra presente em várias áreas como a agrimensura e navegação, ainda é um conteúdo que encontra barreiras ao ser trabalhado na sala de aula, como a resistência do corpo discente e a não contextualização por parte dos professores.

Por ser visto como complicado, foram trabalhadas as razões trigonométricas através da modelagem matemática de maneira contextualizada, buscando construir os conceitos iniciais de trigonometria.

No decorrer do desenvolvimento da atividade, verificou-se que os alunos se sentiam parte integrante do processo, pois questionavam enquanto construía e manuseavam figuras tornando-se um ser ativo nesta ação.

Cabe salientar que durante os encontros, incentivava e estimulava-se os alunos a interrogar, e posicionar-se criticamente, como ressalta Freire e Faundez ( 1998, p.46):

O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário.

Verificou-se, nesta ocasião, que os alunos formavam conceitos e não apenas decoravam regras, como ocorre na sala de aula. Ao construir e manusear figuras os mesmos compreendiam conceitos de ângulos, congruência e semelhança, preparando a base para a aprendizagem trigonométrica.

Ao edificar a tabela trigonométrica os educandos assimilavam os conceitos acerca das razões trigonométricas e conseqüentemente isto facilitou o uso da mesma nos problemas cotidianos propostos. Nesta corrente, percebe-se que o uso da modelagem permite a construção de conhecimentos, uma vez que admite a contextualização e aplicação dos conteúdos em situações reais.

#### **2.1.4 O olhar dos alunos sob o ensino de trigonometria utilizando a modelagem matemática**

Ao final da atividade de modelagem matemática, foi realizado questionário com os alunos, com a finalidade de conhecer a opinião dos mesmos em relação à ferramenta utilizada no ensino das razões trigonométricas e sua avaliação ao projeto desenvolvido.

Os educandos ponderaram que gostaram da maneira como o conteúdo foi desenvolvido:

“Foi muito dinâmica, extrovertida e prática.” TAYNARA;

“Foi muito divertida, aprendemos de uma forma bem dinâmica.”  
THAYNANN;

“Ajudou incentivar o gosto pela disciplina.” LUCIMÁRIA.

Quanto à avaliação da ferramenta utilizada, modelagem matemática, os alunos expressaram em suas falas, ter gostado, por ser uma abordagem contextualizada da matemática e contribuir desta forma, na aquisição dos conceitos. Não se trata de apenas “agradar” os alunos, mas sim de motivá-los para aprendizagens mais eficazes:

“Assim as aulas não ficam tão cansativas [...] fica mais fácil aplicando esses conceitos em situações reais” ANA KAROLINE;

“a aula se torna mais interessante [...] deu pra eu aprender” CILCE CRISTINA;

“Assim você responde à questão sabendo todo o processo até chegar nela [...] com a visualização das figuras fica mais fácil entender.” EDILSON PEREIRA

Neste sentido, percebe-se a necessidade da aplicabilidade da modelagem matemática, não somente na trigonometria, mas em outros campos da matemática, pois desperta nos alunos a ansiedade pela aprendizagem, como afirma Biembengut e Hein (2003 p. 18):

[...] a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, [...]. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações problema por meio da pesquisa, desenvolvendo o interesse e a aguçado senso crítico.

Na avaliação do projeto pelos alunos, a média estipulada foi de noventa e oito, o que permite concluir que os mesmos gostaram verdadeiramente do estudo da trigonometria por meio da modelagem. Isto, sem sombra de dúvidas, é um incentivo pela luta por uma educação renovada, baseada na construção do conhecimento.

Saber que se atingiu o alvo maior, o de construir conceitos, é de extrema realização. É nesta busca constante de estimular os alunos e promover aprendizagem significativa que a educação deve acontecer, logo, é nesta corrente que os educadores precisam fazer o ensino.

### III - CONSIDERAÇÕES FINAIS

No setor educacional, muito se tem debatido sobre as deficiências pedagógicas do ensino de matemática e meios de eliminar ou amenizá-las, neste contexto surgem estratégias e propostas metodológicas que vem em auxílio à prática docente.

Em meio às novas ferramentas de ensino aprendizagem de matemática destaca-se a modelagem matemática, objeto de estudo desta pesquisa, que surge como estratégia de contextualizá-la, trabalhando suas variáveis através de situações reais. Biembengut e Hein (2003, p. 7) salientam:

Hoje, a modelagem matemática constitui um ramo próprio da Matemática que tenta traduzir situações reais para uma linguagem matemática, para que por meio dela se possa melhor compreender, prever e simular ou, ainda, mudar determinadas vias de acontecimento, com estratégias de ação, nas mais variadas áreas de conhecimento.

Tendo em vista, as diversas obras que defendem o uso da modelagem, procurou-se desta forma, abarcar as posturas de alguns autores em relação a esta ferramenta e posteriormente testar sua aplicabilidade através de uma atividade de modelagem, abordando o conteúdo da trigonometria, que é considerado complexo no âmbito escolar. Ao final da atividade os alunos fizeram a avaliação da mesma.

Realizou-se também, pesquisas com educadores e educandos, para conhecer a realidade do ensino da trigonometria e se nesta é utilizada alguma ferramenta pedagógica, mais especificamente a modelagem matemática.

Neste questionamento, percebeu-se certa contradição entre as respostas dos alunos e a dos professores, estes afirmaram utilizar se delas, e os alunos os contradisseram ao citarem que os docentes utilizam apenas o livro didático e o quadro-giz. Observa-se que conhecimentos das novas estratégias e recursos auxiliares na prática docente os educadores possuem, contudo, grande parte destes ainda não os coloca em prática, acredita-se que, em virtude de terem que cumprir a matriz curricular ou por falta de tempo para planejamento.

Tendo em vista os questionamentos efetuados, a aplicação da atividade de modelagem e em especial a avaliação do projeto pelos educandos, pode-se constatar a eficácia da mesma no ensino da trigonometria, promovendo uma aprendizagem contextualizada e significativa, não somente neste conteúdo, mas em vários outros campos da matemática. De fato, a modelagem mostrou-se eficiente e necessária no estudo de matemática.

## REFERÊNCIAS

ALVES, Magda. **Como escrever teses e monografias**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico**. Disponível em <<http://www.anped.org.br/reunioes/24/T1974438136242.doc>> Acesso em: 25 mar. 2008.

BASSANEZI, R.C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática: Uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

\_\_\_\_\_. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2000.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília, 1999.

\_\_\_\_\_. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Senado Federal**. Brasília, DF, 20 dez. 1996. Disponível em: <<http://www6.senado.gov.br/legislacao/ListaPublicacoes.action?id=102480>> Acesso em: 06 out. 2008.

\_\_\_\_\_. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução**. 3 ed. Brasília: MEC, vol 1, 1997.

CALLIARI, Luiz Roberto. **A contextualização da matemática – uma alternativa para o ensino**. Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

CARRAHER, T; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, ANALÚCIA. **Na Vida Dez, Na Escola Zero**. 12. Ed. São Paulo: Cortez, 1988.

D`AMBRÓSIO, U. **A matemática nas escolas. Educação**. Matemática em Revista, ano 9 n. 11, edição especial, abril de 2002, p. 29-33.

\_\_\_\_\_. **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação Matemática**, Campinas/SP: Unicamp, 1986.

\_\_\_\_\_. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1998.

\_\_\_\_\_. **Uma Nova Educação Matemática para Novos Tempos: V Encontro Nacional de Educação Matemática: Aracaju: Anais...Aracaju**, 1995.

\_\_\_\_\_. **Relação entre matemática e educação matemática**; lição do passado e perspectiva para o futuro. ANAIS VI Encontro Nacional de Educação matemática ENEM- VOLUME II Pg.29-35. São Leopoldo R.S 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Coleção Matemática**. São Paulo: Ática, 2004.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FERRUZI, Elaine. et al. **Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nos cursos superiores de tecnologia**. São Paulo, 2004. Disponível em <[http://ensino.univates.br/~chaet/Materiais/Modelagem\\_Mat\\_Eng.pdf](http://ensino.univates.br/~chaet/Materiais/Modelagem_Mat_Eng.pdf)>. Acesso em: 25 mar. 2008.

FIALHO, F.A.; SOUZA, A.C.; OTANI, N. **TCC: métodos e técnicas**. Florianópolis: Visual Books, 2007.

FILHO, Benigno Barreto; SILVA, Claudio Xavier. **Matemática Aula por aula: ensino medio**. Sao Paulo: FTD, 2000.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança**. Um reencontro com a pedagogia do oprimido. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

FREIRE, P., FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta**. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

GIARDINETTO, J.R.B. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Campinas, Estado de São Paulo: Editora Autores Associados, 1999. (Coleção Polêmicas do Nosso Tempo, nº 65).

ISKANDAR, Jamil Ibrahim. **Normas da ABNT comentadas para trabalhos científicos**. 2. ed. Curitiba: Juruá 2006.

SALOMON, Delcio Vieira. **Como fazer uma monografia**. São Paulo: Martins Fontes, 2004.  
ZAMPIROLLO, M. V.; SCORDAMAGLIO, M. T.; CANDIDO, S. L. **Matemática: Projeto escola e cidadania para todos**. São Paulo: Editora do Brasil, 2004.

# ANEXOS



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS  
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE**

**ENILDES FERREIRA DOS SANTOS  
MÁRCIA ALVES ROSA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

**POSSE  
2008**

**ENILDES FERREIRA DOS SANTOS  
MÁRCIA ALVES ROSA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

Projeto de Pesquisa apresentado a UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS – UEG – UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE, como requisito parcial para elaboração da monografia de conclusão do curso de graduação em Licenciatura em Matemática.

Professora Orientadora: Maria Emília da Silva  
Mestra em Computação Gráfica

**POSSE/GO  
2008**

## **TEMA**

Modelagem matemática no ensino da trigonometria.

## **DELIMITAÇÃO DO TEMA**

O uso de triângulos no estudo das razões trigonométricas no Ensino médio.

## **APRESENTAÇÃO**

No atual contexto que se vive, a educação deve propiciar aprendizado significativo, de forma que prepare os jovens para os desafios do mercado de trabalho e para os demais desafios da sociedade. Para isto o ensino precisa estar relacionado com a realidade que rodeia o educando.

Bittencourt (2001 apud Néri, 2004) adverte que o contexto no qual se vive e faz a educação não pode mais ser pautado pelos antigos moldes de ensino extremamente estáticos e nada relacionais, que dificultam a interação professor-aluno e o processo de ensino-aprendizagem.

Neste sentido, procurou-se expor aqui a modelagem matemática como proposta metodológica que pode dar grande contribuição no aprendizado de uma área da matemática, denominada trigonometria, tornando seu aprendizado mais significativo e interessante tanto para o educador, quanto para o educando.

A modelagem matemática consiste em construir um modelo matemático da realidade que se quer estudar, trabalhar com este modelo e interpretar os resultados obtidos. Na visão de BARBOSA (2002, p.6): “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento”.

Acredita-se que através da modelagem os alunos possam por meio de modelos matemáticos, construir os conceitos iniciais de trigonometria, compreendendo desta forma como chegar às relações trigonométricas de forma contextualizada, utilizando para isto manipulação de triângulos.

## PROBLEMATIZAÇÃO

Analisando o ensino de matemática no Brasil, percebem-se várias deficiências. Porém, há alguns conteúdos os quais o alunado apresenta maior dificuldade, dentre estes está a trigonometria. Ora, este campo é temido muitas vezes até pelos educadores, que freqüentemente deixam de dar a ênfase necessária a este conteúdo.

A trigonometria tem sido trabalhada de forma errônea. O inacreditável é que os educadores têm consciência disto, mas, pouco fazem para mudar esta realidade. Os motivos são vários, como o medo de inovar, a falta de tempo para planejamento de aulas mais dinâmicas e a fundamentação apenas no livro didático.

Este trabalho irá averiguar como se processa o ensino das razões trigonométricas, examinando as metodologias e a prática que se tem usado e analisando de que forma a modelagem matemática pode contribuir para este ensino, uma vez que esta vincula situações reais a variáveis matemáticas. Segundo D'Ambrósio (1998, p.6), “toda atividade humana resulta de motivação proposta pela realidade na qual está inserido o indivíduo através de situações ou problemas que essa realidade propõe [...]”.

Partindo desta problemática indaga-se como a modelagem matemática no ensino da trigonometria pode promover uma aprendizagem significativa para o estudo das razões trigonométricas através da manipulação de triângulos?

## JUSTIFICATIVA

Atualmente discutem-se a respeito das novas metodologias que podem contribuir no aprendizado matemático. Entre as novas propostas se encontra a modelagem matemática, tema que será aqui apresentado abordando o ensino da trigonometria.

As dificuldades no ensino da trigonometria, sobretudo a forma como as razões trigonométricas são tratadas nas escolas, provocaram o anseio pela busca de se trabalhar este objeto através da prática, de forma que o alunado construa o conhecimento e desenvolva gosto pelo assunto.

A matemática é de fundamental importância para o progresso da formação intelectual do indivíduo, uma vez que esta embasa conhecimentos de diversas áreas. Cabe aos docentes, utilizá-la em benefício das demais disciplinas, propondo parcerias e contextualizando-a a fim de desenvolver competências e habilidades em seus aprendizes que os nortearão ao longo de sua existência.

Lobachevsky (apud DANTE, 2004, p. 3) enfatiza a grande relevância da matemática no cotidiano: “Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.”

A modelagem matemática aplicada ao estudo da trigonometria possibilitará a interação do aprendiz com o espaço em que este está inserido. De acordo com Barbosa (2002):

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento. Se tomarmos modelagem de um ponto de vista sócio-crítico, a indagação ultrapassa a formulação ou compreensão de um problema, integrando os conhecimentos de matemática, de modelagem e reflexivo (p.06).

Assim, este estudo apresenta a modelagem matemática com o propósito de auxiliar os educadores no ensino da trigonometria, de forma que o aprendizado seja significativo e agradável tanto para os alunos quanto para o próprio docente. É dentro desta nova perspectiva didática que o presente projeto justifica-se.

## **OBJETIVO GERAL**

Investigar o processo da construção dos conceitos iniciais de trigonometria através da modelagem matemática.

## **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Coletar dados referentes ao ensino da trigonometria.
- Introduzir conceitos de trigonometria, através da nomenclatura de triângulos.
- Contextualizar a trigonometria exemplificando sua aplicação no cotidiano.
- Trabalhar a modelagem matemática por meio de dobraduras.
- Analisar como a modelagem matemática pode auxiliar no processo ensino-aprendizagem.
- Constatar a aquisição dos conceitos, bem como dos conteúdos ministrados através de problemas contextualizados.

## REFERENCIAL TEÓRICO

No atual processo de ensino-aprendizagem, o professor comprometido com seu papel, deve procurar ser mediador, facilitador entre os conhecimentos trabalhados em sala de aula e a realidade na qual o aluno está inserido. O ensino de matemática é trabalhado, na maioria das vezes, desconectado do dia-a-dia do alunado, o que conseqüentemente leva os estudantes a achar o conteúdo enfadonho, sem utilidade para a sua vida e o mesmo acaba por ser esquecido logo após ser estudado. A modelagem matemática vem auxiliar o professor a estabelecer um elo entre a matemática do cotidiano e a matemática da sala de aula. Entretanto, Giardinetto (1999, apud GONÇALVES e OLIVEIRA, 2006, p. 2) alerta:

A relação entre a matemática escolar e a matemática da vida cotidiana denomina-se ser um problema pedagógico, em lugar da necessária valorização do conhecimento cotidiano, vê-se ocorrer algumas pesquisas na educação matemática, uma super valorização deste conhecimento, na qual se perde de vista a relação com o conhecimento escolar.

Percebe-se assim, que o docente precisa ter cautela para não fugir do conteúdo proposto nos currículos escolares e supervalorizar o conhecimento cotidiano. É necessário unir teoria à prática, o que resulta em um conhecimento significativo.

A modelagem matemática vem propor uma alternativa de colocar a aplicabilidade da matemática em situações do cotidiano no currículo escolar, sem a criação de uma nova disciplina, pode se dizer, então, que a modelagem é uma metodologia de ensino da matemática, que tem como objetivo a obtenção de um modelo que sirva para solucionar situações-problema que está presente no dia-a-dia do aluno. Segundo Biembengut (1997, p. 89): “Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, é denominado Modelo Matemático”.

Na visão de Bassanezi (2002): “A modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

A trigonometria tem sido trabalhada de forma tradicional, desligada da realidade. Entretanto não deveria ser assim concebida, uma vez que se encontra tão presente no dia-a-dia e em vários ramos da ciência. Partido desta vertente observa-se que a modelagem matemática

abre um “leque” de possibilidades de trabalho em conjunto com a trigonometria, tornando seu aprendizado expressivo, além de contribuir no desenvolvimento de competências e habilidades nos indivíduos. Nesta conjuntura encontra-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s):

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p.257).

Em suma, a modelagem matemática é de grande relevância para o ensino da trigonometria, cabe aos educadores utilizar de forma adequada esta metodologia, que tem sido cada dia mais discutida no âmbito educacional.

## **METODOLOGIA**

O projeto aqui exposto propõe a modelagem matemática com o intuito de averiguar se esta ferramenta contribui na edificação do conhecimento acerca do ensino da trigonometria, o qual se apoiará no método da pesquisa-ação e qualitativa. Desta forma, serão realizadas entrevistas com docentes da área de matemática, de escolas da cidade de Posse/GO, a fim de investigar quais as metodologias utilizadas no ensino da trigonometria e se entre estas se encontra a modelagem matemática.

Este trabalho será desenvolvido com uma turma do 2º ano do ensino médio do Colégio Estadual Dom Prudêncio, do município de Posse, no decorrer de alguns encontros, nos quais serão trabalhados os conceitos iniciais de trigonometria de forma que os alunos venham a encontrar um modelo matemático e com este construa conceitos acerca das razões trigonométricas. Isto se efetuará com a construção de triângulos por meio de dobraduras.

Realizar-se-á também coleta de dados com os educandos, através de questionário, no início e no final do estudo, com a finalidade de avaliar o aprendizado após o uso de metodologia diferenciada. Serão sugeridas situações problema aos participantes, com o objetivo de analisar se houve construção dos conceitos trigonométricos, alcançando assim os objetivos esperados.

Para concluir o estudo será feito um relatório monográfico, onde serão sistematizados os dados coletados no decorrer do estudo desenvolvido.



## BIBLIOGRAFIA

ALVES, Magda. **Como escrever teses e monografias**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e os futuros professores**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2002. Disponível em <[http:// sites.uol.com.Br/joneicb](http://sites.uol.com.br/joneicb)>. Acessado em 25 março 2008.

BASSANEZI, R.C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**: Uma nova estratégia. São Paulo: Contexto 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: **Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEEMT,1999;

CALLIARI, Luiz Roberto. **A contextualização da matemática – uma alternativa para o ensino**. Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Coleção Matemática**. São Paulo: Ática, 2004.

D'AMBROSIO, U. **Da Realidade à Ação**: Reflexões sobre Educação Matemática, Campinas/SP: Unicamp, 1986.

\_\_\_\_\_. **Relação entre matemática e educação matemática**; lição do passado e perspectiva para o futuro. ANAIS VI Encontro Nacional de Educação matemática ENEM- VOLUME II Pg.29-35. São Leopoldo R.S 1998.

FIALHO, F.A.; SOUZA, A.C.; OTANI, N. **TCC: métodos e técnicas**. Florianópolis: Visual Books, 2007.

GONÇALVES, Arthur; OLIVEIRA, Adilsom. **A modelagem como caminho para fazer a matemática na sala de aula**. Pará, 2006. Disponível em <<http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/A%20Modelagem.PDF>> Acesso em: 28 mar. 2008.

ISKANDAR, Jamil Ibrahim. **Normas da ABNT comentadas para trabalhos científicos**. 2. ed. Curitiba: Jurua 2006.

ZAMPIROLLO, M. V.; SCORDAMAGLIO, M. T.; CANDIDO, S. L. **Matemática**: Projeto escola e cidadania para todos. São Paulo: Editora do Brasil, 2004.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**PROJETO DE PESQUISA: O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

Professora Orientadora: Maria Emília da Silva

Alunas: Enildes Ferreira dos Santos

Márcia Alves Rosa

**QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DISCENTES**

1. Você gosta de matemática?

( ) Sim      ( ) Não

2. Você sabe o significado do termo trigonometria?

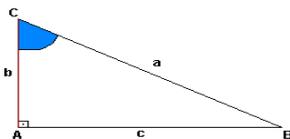
( ) Sim. Qual?

( ) Não

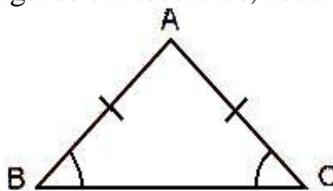
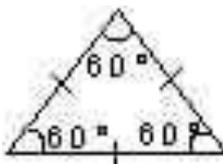
3. Seu professor utiliza outros recursos além do livro didático e do quadro-giz no ensino de matemática?

( ) Sim      ( ) Não

4. Indique no seguinte triângulo, a hipotenusa, e em relação ao ângulo destacado, o cateto adjacente e o cateto oposto.



5. Classifique os triângulos em isósceles, escaleno ou equilátero:





**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**PROJETO DE PESQUISA: O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA**  
**TRIGONOMETRIA**

Professora Orientadora: Maria Emília da Silva

Alunas: Enildes Ferreira dos Santos

Márcia Alves Rosa

**QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DOCENTES**

**1.** Qual sua formação?

Magistério       Graduação       Pós-graduação

**2.** Os alunos apresentam alguma resistência ao ensino de trigonometria?

Muita       Pouca       Nenhuma

**3.** Você já utilizou a modelagem matemática no ensino da trigonometria?

Sim       Não       Não conheço esta ferramenta

**4.** Você utiliza alguma ferramenta no ensino da trigonometria além do livro didático?

Sim. Especificar \_\_\_\_\_  
 Não

**5.** Como você avalia seu conhecimento em relação às novas ferramentas de ensino de matemática?

Ótimo       Bom       Regular



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**PROJETO DE PESQUISA: O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA**  
**TRIGONOMETRIA**

Professora Orientadora: Maria Emília da Silva

Alunas: Enildes Ferreira dos Santos

Márcia Alves Rosa

**AVALIAÇÃO DO PROJETO**

Aluno:

1. Você gostou da forma como a matemática foi trabalhada durante estas aulas?  
Justifique.  
  
 Sim  Não
2. Qual método você prefere: o método utilizado na sala de aula, que usa somente o livro e o quadro-giz ou este aqui realizado?
3. Você acha que se nas aulas de matemática fossem trabalhadas oficinas como esta os alunos teriam melhor aprendizado? Justifique.  
  
 Sim  Não
4. O uso da modelagem matemática contribuiu para o aprendizado dos conceitos de trigonometria? Justifique.  
  
 Sim  Não
5. Avaliem com nota de 0 a 10 a oficina que vocês participaram e justifique.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**  
**PROJETO DE PESQUISA: O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA**  
**TRIGONOMETRIA**  
**PLANO DE AULA**

**CONTEÚDOS:**

- Classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos;
- Congruência e semelhança de triângulos;
- Teorema de Pitágoras;
- Relações métricas no triângulo retângulo;
- Seno, cosseno e tangente;
- Tabela trigonométrica;

**COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:**

- Compreender o desenvolvimento da trigonometria reconhecendo sua presença e aplicações no mundo cotidiano;
- Compreender a nomenclatura matemática;
- Perceber a matemática como construção humana, entendendo como ela se desenvolve, por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando o conhecimento científico com a transformação da sociedade.
- Apropriar-se dos conhecimentos da trigonometria através da modelagem e aplicar esses conhecimentos para explicar o funcionamento do mundo natural, planejar, executar e avaliar ações de intervenção na realidade natural.
- Compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas e aplicá-las a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e das atividades cotidianas.
- Perceber a importância de triângulos na Arte, Arquitetura e objetos do cotidiano, discutindo suas aplicações estéticas e práticas.
- Identificar triângulos retângulos e nomear seus elementos.
- Utilizar instrumentos de medição: transferidor e régua;

- Deduzir a relação de Pitágoras e as demais relações métricas no triângulo retângulo.
- Identificar cateto oposto e cateto adjacente em relação a determinado ângulo.
- Relacionar catetos com hipotenusa e cateto com cateto, para obtenção das razões trigonométricas.
- Resolver problemas práticos, aplicando a razão trigonométrica adequada.

#### METODOLOGIAS:

- Utilizando Modelagem Matemática para subsidiar a construção dos conceitos trigonométricos;
- Apresentando o conteúdo a ser trabalhado, juntamente com a ferramenta Modelagem Matemática;
- Apresentando situações problemas que exijam conhecimentos geométricos e trigonométricos;
- Construindo figuras geométricas através de dobraduras;
- Utilizando instrumentos de medição e desenho: régua e transferidor;
- Identificando os tipos de triângulos;
- Classificando os triângulos em relação aos lados e ângulos;
- Trabalhando a construção dos conceitos trigonométricos;
- Construindo a tabela trigonométrica.

#### RECURSOS:

- Recursos humanos: Professor orientador, professores pesquisadores e alunos.
- Recursos materiais: Régua, tesoura, transferidor, papel ofício.

#### AVALIAÇÃO

- A avaliação será contínua e levará em consideração a participação dos discentes nas atividades propostas: elaboração de hipóteses e conceitos, presença em aula e comprometimento.

## TRIGONOMETRIA

A palavra trigonometria (do grego trigon “triângulo” + metron “medida”), significa medida das partes de um triângulo. Sabe-se que o início de seu desenvolvimento se deu devido às necessidades práticas, em especial da astronomia, agrimensura e navegação.

A trigonometria possui uma infinidade de aplicações práticas. Desde a antiguidade já se usava da trigonometria para obter distâncias impossíveis de serem calculadas por métodos comuns.

Algumas aplicações da trigonometria:

- Determinação da altura de prédios, determinação da medida do raio da terra e distância da Terra à Lua. Com a trigonometria tais calculos se tornaram muito simples;
- Um engenheiro precisa saber a largura de um rio para construir uma ponte , o trabalho dele é mais fácil quando ele usa recursos trigonométricos;
- Um cartógrafo ( desenhador de mapas ) precisa saber a altura de uma montanha, o comprimento de um rio, etc. Sem a trigonometria ele demoraria anos para desenhar um mapa.

Hoje, a Trigonometria não se limita apenas a estudar os triângulos. Sua aplicação se estende a outros campos da matemática, como a análise, e a outros ramos como a eletricidade, a mecânica, a música, a topografia, a engenharia civil, etc.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS**  
**UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE POSSE**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

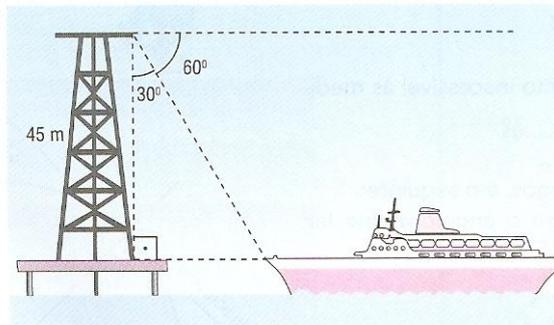
**PROJETO DE PESQUISA: O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA**  
**TRIGONOMETRIA**

Professora Orientadora: Maria Emília da Silva

Alunas: Enildes Ferreira dos Santos

Márcia Alves Rosa

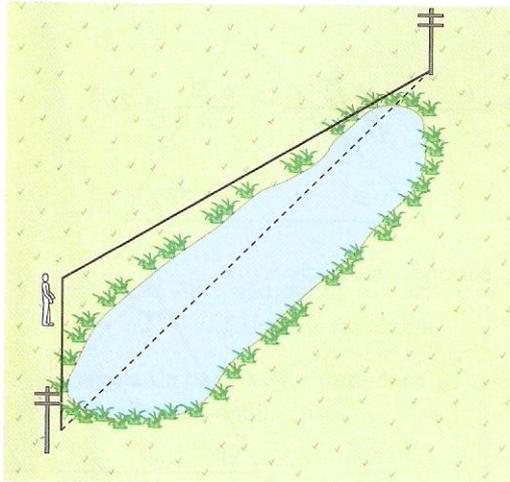
**SITUAÇÃO PROBLEMA TRABALHADA ATRAVÉS DE MAQUETE**



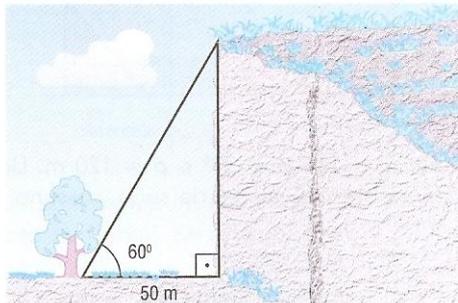
**Situações Problemas propostas**

- 1- Uma empresa de fornecimento de energia, ao instalar a rede elétrica numa fazenda, precisou colocar dois postes em lados opostos de um lago para permitir a passagem da fiação. Com isso surgiu um pequeno problema: Para fazer o projeto da rede, seria necessário saber a distância entre os postes, e a presença do lago impedia a medição direta dessa distância.

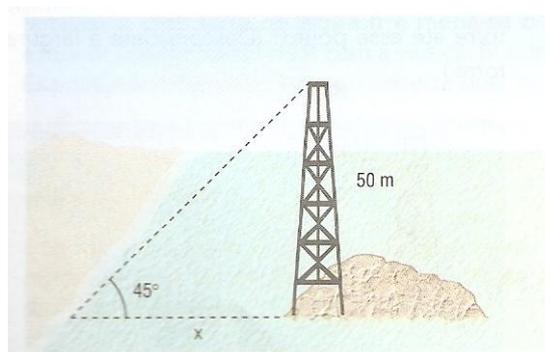
Um dos engenheiros posicionou-se em um local onde era possível visualizar os dois postes e medir a distância entre eles. Com o aparelho apropriado, ele mediu o ângulo entre a linha de visão dele e os postes, obtendo  $120^\circ$ . Um auxiliar mediu a distância do poste mais afastado e do engenheiro e obteve 100m; um outro auxiliar mediu o ângulo entre a linha do poste mais próximo do engenheiro e a linha entre os postes, obtendo  $45^\circ$ . Com estas informações, ele já consegue calcular a distância entre os postes?



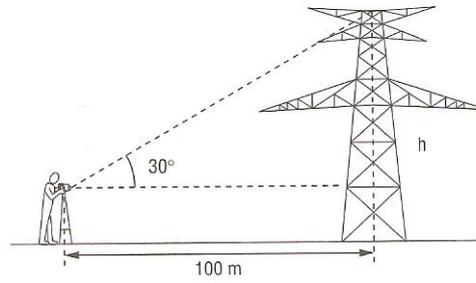
- 2- O ângulo de elevação do pé de uma árvore, a 50 m da base de uma encosta, ao topo da encosta é de  $60^\circ$ . Que medida deve ter um cabo que ligue o pé da árvore ao topo da encosta?



- 3- (Cesesp-PE) Do alto de uma torre de 50 m de altura, localizada numa ilha, avista-se a praia sob um ângulo de  $45^\circ$  em relação ao plano horizontal. Para transportar material da praia até a ilha, um barqueiro cobra R\$ 0,20 por metro navegado. Quanto ele recebe em cada transporte que faz?



- 4- Para determinar a altura de uma torre, um topógrafo coloca o teodolito a 100 m da base e obtém um ângulo de  $30^\circ$ , conforme mostra a figura. Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,70 m do solo, qual é aproximadamente a altura da torre?



## FOTOS DA APLICAÇÃO DO PROJETO



Foto 1: Análise da situação problema em maquete



Foto 2: Cálculos para a tabela inicial



## CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DE DOBRADURAS

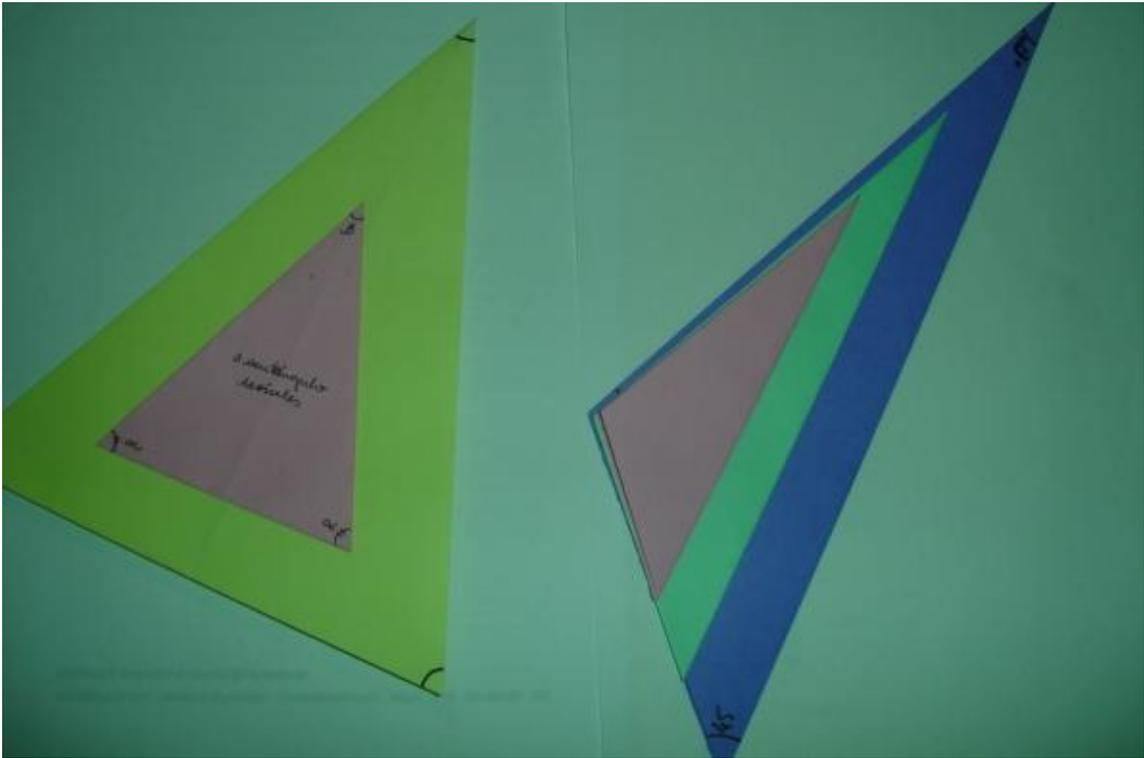


Figura 1: Construção dos triângulos

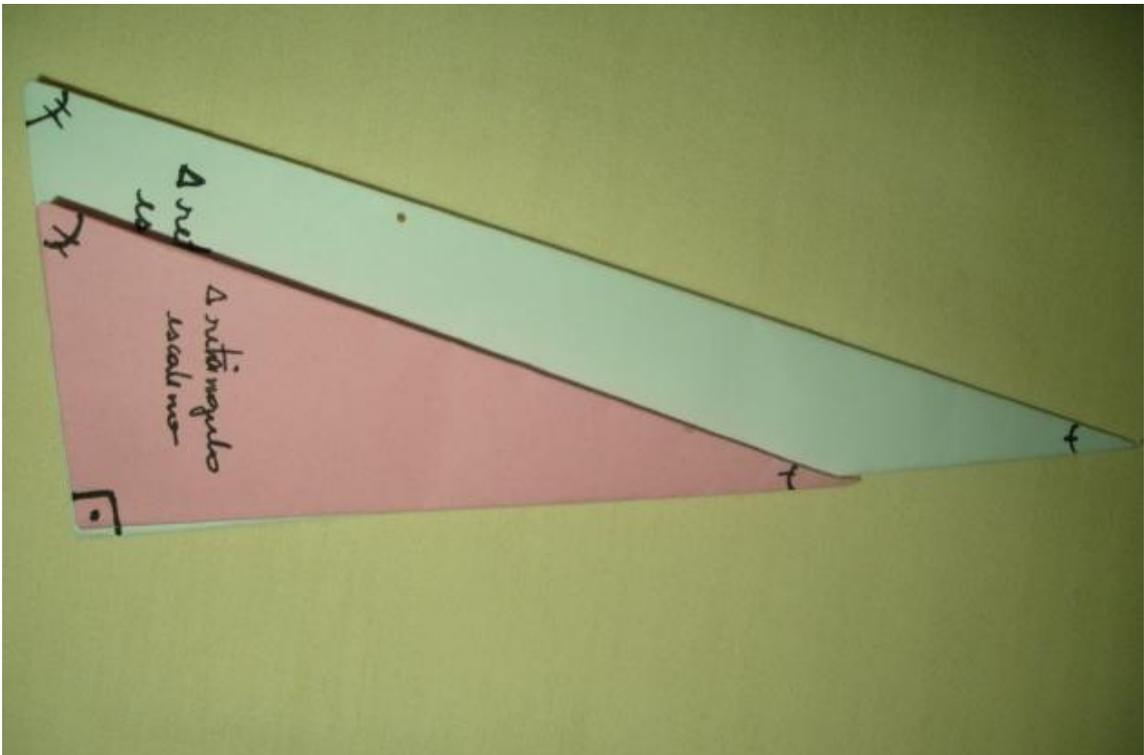


Figura 2: Demonstração dos ângulos congruentes

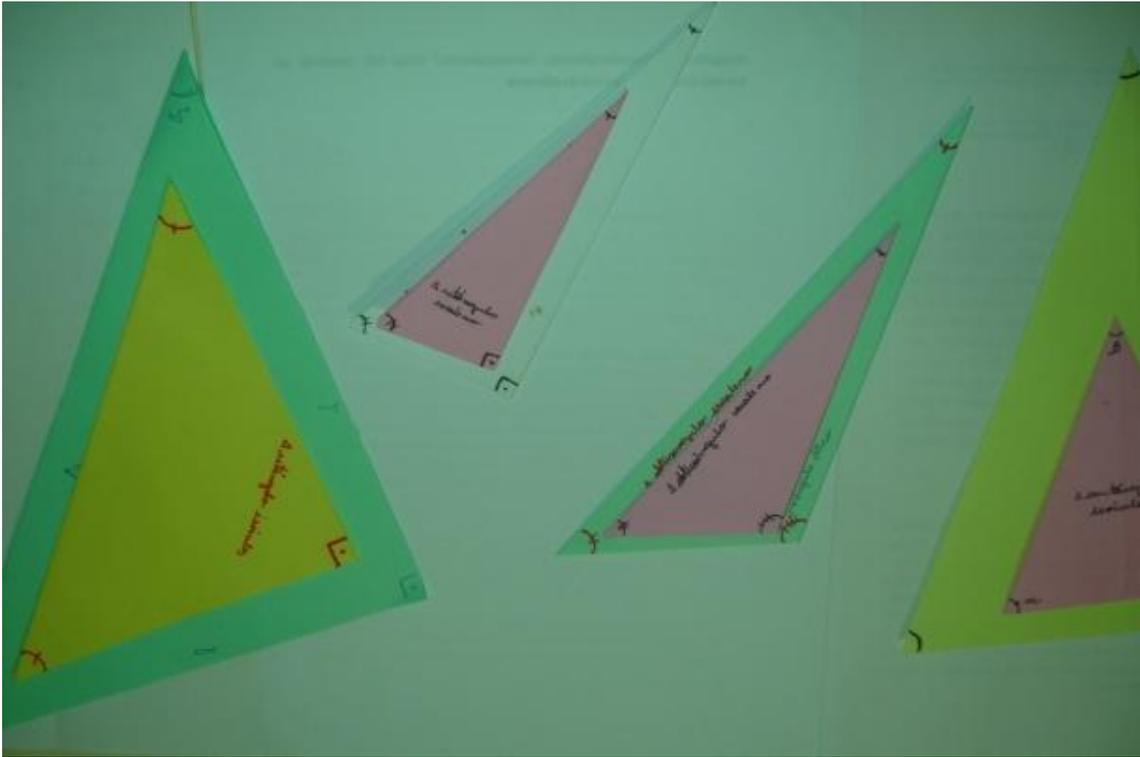


Figura 3: Nomenclatura e semelhança de triângulos

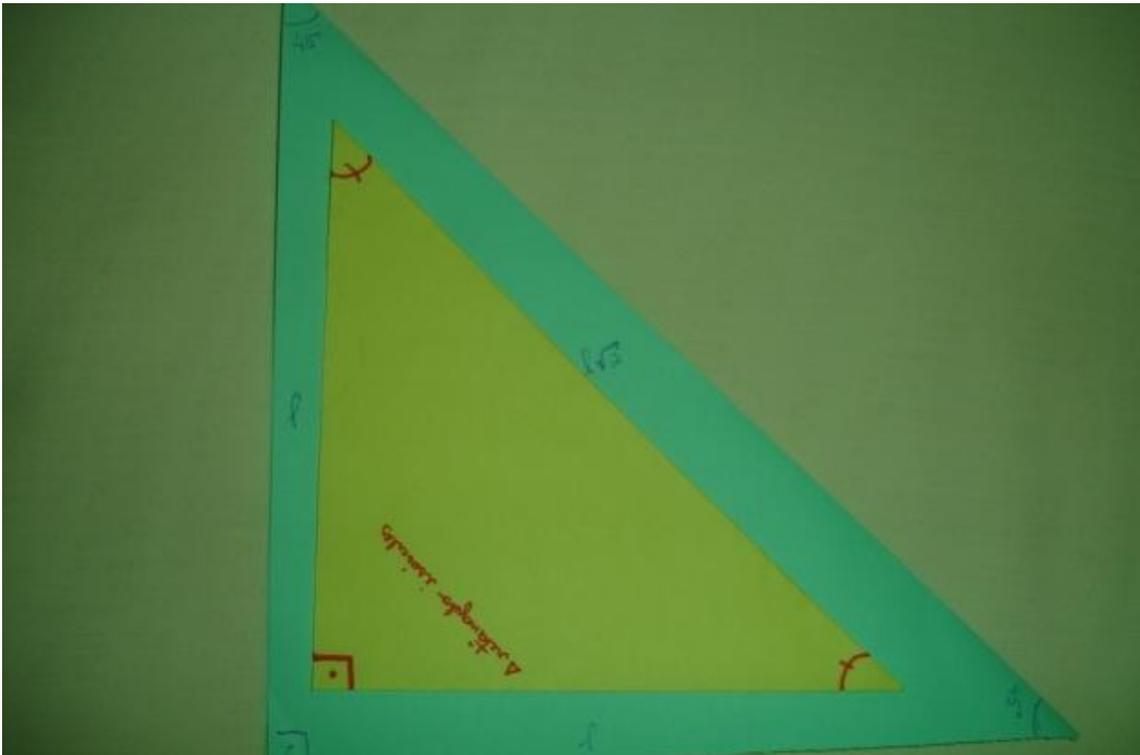


Figura 4: Nomeação dos lados do triângulo retângulo

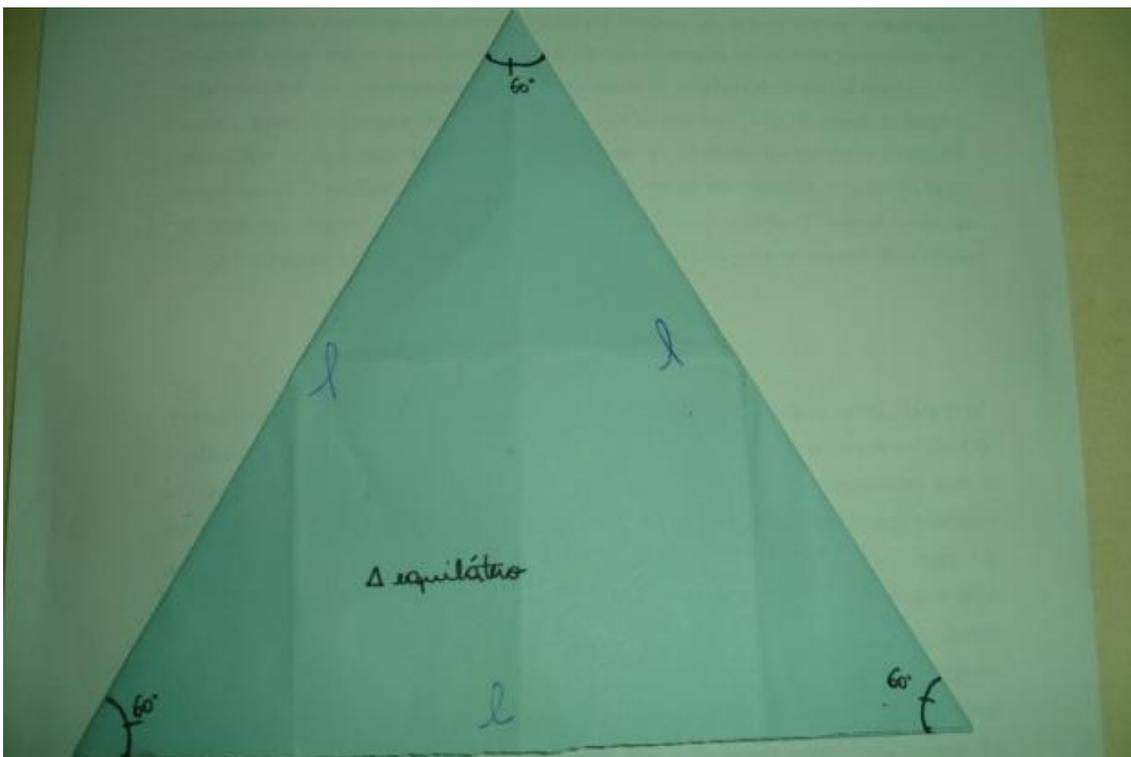


Figura 5: Nomeação dos lados do triângulo equilátero

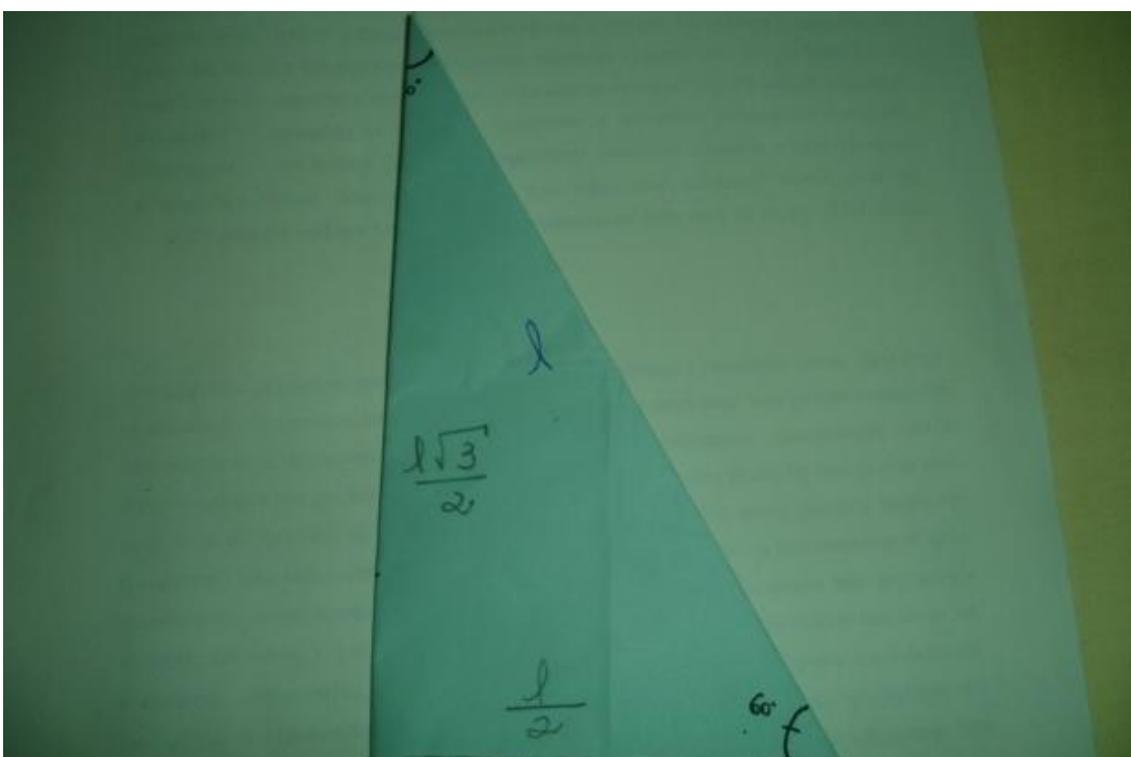


Figura 6: Visualização do ângulo de 30°